

Bài 1. (2 điểm): Cho hai biểu thức: $P = \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ và $Q = \frac{x-3\sqrt{x}+4}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x > 0, x \neq 4$

- 1) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 25$.
- 2) Rút gọn biểu thức Q .
- 3) Cho $M = \frac{Q}{P}$. Tìm x là số nguyên tố để $|M| \geq M$.

Bài 2. (2,5 điểm):

- a) Giải toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:
Một tổ dự định sản xuất 72 sản phẩm trong một thời gian đã định. Nhưng thực tế tổ lại được giao 80 sản phẩm. Mặc dù mỗi giờ tổ đó làm thêm 1 sản phẩm so với dự kiến nhưng thời gian hoàn thành vẫn chậm hơn dự định 12 phút. Tính số sản phẩm thực tế tổ đó đã làm được trong một giờ. Biết lúc đầu, mỗi giờ tổ đó dự kiến làm không quá 20 sản phẩm.
- b) Mùa hè tới, nhà bạn Chi muốn mua một bể chứa nước cho nhu cầu sinh hoạt của gia đình. Bể chứa có dạng hình trụ, chiều cao là 2 m, đường kính đáy là 1m. Em hãy tính toán xem: chiếc bể đó có chứa được lượng nước đáp ứng nhu cầu sử dụng của nhà bạn Chi trong một ngày không? Biết rằng nhà bạn Chi có 6 người, mỗi ngày một người dùng hết 150 lít nước. (Coi chiều dày vật liệu làm bể nước là không đáng kể; lấy $\pi = 3,14$).

Bài 3. (2 điểm):

- a) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 3x + 3y - \frac{1}{\sqrt{x}-3} = 17 \\ x + y + \frac{2}{\sqrt{x}-3} = 8 \end{cases}$$
- b) Cho parabol $y = x^2$ (P) và đường thẳng $y = mx + 2$ (d) (m là tham số)
Chứng minh (P) và (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B nằm về hai phía của trục tung.

Bài 4. (3 điểm): Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn tâm (O), có cạnh AD là đường kính (B thuộc cung nhỏ AC). Gọi giao điểm hai đường chéo AC và BD là H. Kẻ HK vuông góc với AD tại K. Tia BK cắt (O) tại điểm thứ hai là F.

- 1) Chứng minh bốn điểm A, B, H, K cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh AD vuông góc với CF.
- 3) Gọi P và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của F trên các đường thẳng AB và BD.
 - a) Chứng minh $PQ \parallel BC$;
 - b) Gọi I là giao điểm của AD và CF. Chứng minh P, I, Q thẳng hàng

Bài 5. (0,5 điểm): Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} = 1$.

Chứng minh rằng:
$$\frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2}{b+c} + \frac{c^2}{c+a} \geq \frac{1}{2}$$

-----HẾT-----

Giám thị coi thi không được giải thích gì thêm