

Câu 1 (5,0 điểm).

1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^4 + 2x^2y + y^2 - 9$

b) $(x+2)(x+3)(x+4)(x+5) - 24$

2. Cho biểu thức $A = \left(\frac{1-x^3}{1-x} - x \right) : \frac{1-x^2}{1-x-x^2+x^3}$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của biểu thức A khi $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

c) Tìm giá trị của x, để $A < 0$.

Câu 2 (4,0 điểm).

1. Giải phương trình sau: $\frac{x+2}{x-2} - \frac{1}{x} = \frac{2}{x(x-2)}$

2. Tìm cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn phương trình:

$$5x^4 + 10x^2 + 2y^6 + 4y^3 - 6 = 0$$

Câu 3 (3,0 điểm).

1. Chứng minh rằng nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho 3 thì tổng các lập phương của chúng chia hết cho 9.

2. Cho phương trình $\frac{2x-m}{x-2} + \frac{x-1}{x+2} = 3$. Tìm m nguyên để phương trình có

nghiệm dương.

Câu 4 (6,0 điểm).

Cho hình bình hành ABCD (có $BC \parallel AD$; $AC > BD$), O là giao điểm của AC và BD. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của B và D xuống đường thẳng AC. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của C xuống đường thẳng AB và AD.

Chứng minh:

a) Tứ giác BEDF là hình bình hành ?

b) $CH \cdot CD = CK \cdot CB$

c) $AB \cdot AH + AD \cdot AK = AC^2$

Câu 5 (2,0 điểm).

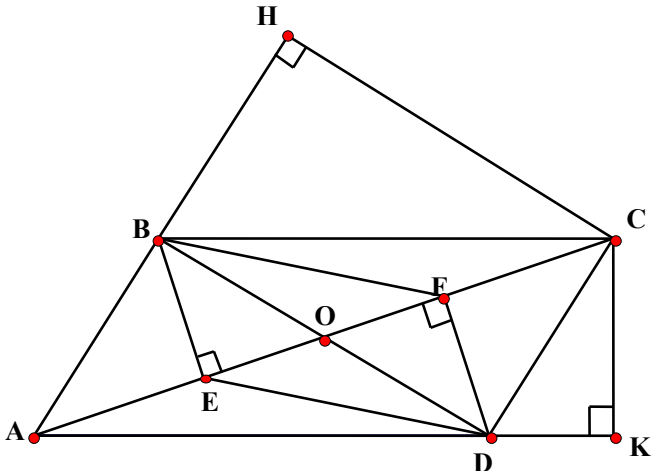
1. Cho $x + y = 1$ và $xy \neq 0$. Tính: $P = \frac{x}{y^3-1} - \frac{y}{x^3-1} + \frac{2(x-y)}{x^2y^2+3}$

2. Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 6$. Chứng minh rằng $\frac{x+y}{xyz} \geq \frac{4}{9}$

-----Hết-----

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 (5,0 điểm)	1. (2,0 điểm)	
	a, $x^4 + 2x^2y + y^2 - 9 = (x^4 + 2x^2y + y^2) - 9$	0,25
	$= (x^2 + y)^2 - 9$	0,5
	$= (x^2 + y - 3)(x^2 + y + 3)$	0,25
	b, $(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 24$	0,25
	$= (x^2 + 7x + 10)(x^2 + 7x + 12) - 24$	
	$= (x^2 + 7x + 11 - 1)(x^2 + 7x + 11 + 1) - 24$	0,25
	$= [(x^2 + 7x + 11)^2 - 1] - 24$	
	$= (x^2 + 7x + 11)^2 - 5^2$	0,25
	$= (x^2 + 7x + 6)(x^2 + 7x + 16)$	
	$= (x + 1)(x + 6)(x^2 + 7x + 16)$	0,25
	2. (3,0 điểm)	
	a) (1,25 điểm)	
	ĐKXD: $x \neq \pm 1$	0,25
	Với $x \neq \pm 1$, ta có:	
	$A = \frac{1 - x^3 - x + x^2}{1 - x} : \frac{(1 - x)(1 + x)}{(1 + x)(1 - x + x^2) - x(1 + x)}$	0,25
	$= \frac{(1 - x)(1 + x + x^2) - x(1 - x)}{1 - x} : \frac{(1 - x)(1 + x)}{(1 + x)(1 - 2x + x^2)}$	0,25
	$= \frac{(1 - x)(1 + x^2)}{1 - x} : \frac{(1 - x)(1 + x)}{(1 + x)(1 - x)^2}$	0,25
	$= (1 + x^2) : \frac{1}{1 - x}$	
	$= (1 + x^2)(1 - x)$	0,25
	b) (1,0 điểm)	
	Ta có: $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow x - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ hoặc $x - \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$	0,25
	$\Leftrightarrow x = 1$ (không TMĐK) hoặc $x = \frac{1}{3}$ (TMĐK)	0,25
	Với $x = \frac{1}{3}$, ta có:	
	$A = \left[1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2\right] \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{10}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{20}{27}$	0,25
	Vậy khi $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ thì $A = \frac{20}{27}$	0,25
	c) (0,75 điểm)	
	Ta có: $A < 0 \Leftrightarrow (1 + x^2)(1 - x) < 0$ (1)	
	Mà $1 + x^2 > 0$ với mọi $x \neq \pm 1$	0,25

	Nên (1) $\Leftrightarrow 1 - x < 0 \Leftrightarrow x > 1$	0,25
	Vậy với $x > 1$ thì $A > 0$	0,25
7	Câu 2 (3 điểm)	
	2.1) (2,0 điểm)	
	ĐKXĐ: $x \neq 0; x \neq 2$	0,25
	$\frac{x+2}{x-2} - \frac{1}{x} = \frac{2}{x(x-2)}$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{x(x+2) - (x-2)}{x(x-2)} = \frac{2}{x(x-2)}$	
	$\Rightarrow x(x+2) - (x-2) = 2$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2 + 2x - x + 2 = 2$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2 + x = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow x(x+1) = 0$	0,25
	$\Rightarrow x = 0 \text{ (loại)} \text{ hoặc } x = -1 \text{ (nhận)}$	0,25
	Vậy phương trình có nghiệm $x = -1$	0,25
	2.2) (2,0 điểm)	
	$5x^4 + 10x^2 + 2y^6 + 4y^3 - 6 = 0$	
	$\Leftrightarrow (5x^4 + 10x^2 + 5) + (2y^6 + 4y^3 + 2) = 13$	0,25
	$\Leftrightarrow 5(x^4 + 2x^2 + 1) + 2(y^6 + 2y^3 + 1) = 13$	0,25
	$\Leftrightarrow 5(x^2 + 1)^2 + 2(y^3 + 1)^2 = 13$	0,25
	Vì: $\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ y \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 1 \in \mathbb{Z} \\ y^3 + 1 \in \mathbb{Z} \end{cases}$	0,25
	Mà $5(x^2 + 1)^2 \leq 13 \Rightarrow x^2 + 1 \leq 1$	0,25
	Mặt khác $x^2 + 1 \geq 1$ với mọi x $\Rightarrow x^2 + 1 = 1$ $\Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$	0,25
	Với $x = 0$, ta có: $5 + 2(y^3 + 1)^2 = 13$ $\Rightarrow 2(y^3 + 1)^2 = 8 \Rightarrow (y^3 + 1)^2 = 4$	0,25
	$\Rightarrow \begin{cases} y^3 + 1 = 2 \\ y^3 + 1 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^3 = 1 \\ y^3 = -3 \end{cases}$	0,25
	Vì $y \in \mathbb{Z}$ nên $y^3 = 1 \Rightarrow y = 1$	0,25
	Vậy phương trình có một nghiệm nguyên $(x; y) = (0; 1)$	
Câu 3 (3 điểm)	3.1. (1,5 điểm)	
	Gọi hai số thỏa mãn đầu bài là $x, y \Rightarrow x + y : 3$	0,25
	Ta có: $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$	0,25
	$= (x + y)[(x^2 + 2xy + y^2) - 3xy]$	
	$= (x + y)[(x + y)^2 - 3xy]$	0,25
	Vì $x + y : 3$ nên $(x + y)^2 - 3xy : 3$	0,25
	$\Rightarrow (x + y)[(x + y)^2 - 3xy] : 9$	0,25

	Vậy nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho 3 thì tổng các lập phương của chúng chia hết cho 9.	0,25
	3.2. (1,5 điểm)	
	ĐKXĐ: $x \neq \pm 2$	0,25
	$\frac{2x-m}{x-2} + \frac{x-1}{x+2} = 3$ $\Rightarrow (2x-m)(x+2) + (x-1)(x-2) = 3(x^2-4)$ $\Leftrightarrow x(1-m) = 2m-14 (*)$	0,25
	Nếu $m = 1$ thì phương trình (*) có dạng $0 = -12$ vô nghiệm.	0,25
	Nếu $m \neq 1$ phương trình (*) trở thành $x = \frac{2m-14}{1-m}$	0,25
	Khi đó phương trình đã cho có nghiệm dương $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2m-14}{1-m} \neq 2 \\ \frac{2m-14}{1-m} \neq -2 \\ \frac{2m-14}{1-m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 4 \\ 1 < m < 7 \end{cases}$	0,25
	Vậy $\begin{cases} 1 < m < 7 \\ m \neq 4 \end{cases}$ thì thỏa mãn đầu bài	0,25
Câu 4 (6,0 điểm)		0,25
	a) (2,0 điểm).	
	Ta có : $BE \perp AC$ (gt); $DF \perp AC$ (gt) $\Rightarrow BE \parallel DF$ (1)	0,75
	Xét $\triangle BEO$ và $\triangle DFO$ Có: $\widehat{BEO} = \widehat{DFO} = 90^\circ$ $OB = OD$ (t/c hình bình hành) $\widehat{EOB} = \widehat{FOD}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \triangle BEO = \triangle DFO$ (cạnh huyền – góc nhọn) $\Rightarrow BE = DF$ (2)	0,75
	$\Rightarrow BE = DF$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ Tứ giác BEDF là hình bình hành (đpcm)	0,25
	b) (1,75 điểm).	

	Ta có: ABCD là hình bình hành (gt) $\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ADC}$	0,25
	Mà $\widehat{ABC} + \widehat{HBC} = \widehat{ADC} + \widehat{KDC} = 180^\circ$	0,25
	$\Rightarrow \widehat{HBC} = \widehat{KDC}$	0,25
	Xét $\triangle CBH$ và $\triangle CDK$ có: $\widehat{BHC} = \widehat{DKC} = 90^\circ$ $\widehat{HBC} = \widehat{KDC}$ (chứng minh trên) $\Rightarrow \triangle CBH \sim \triangle CDK (g - g)$	0,5
	$\Rightarrow \frac{CH}{CB} = \frac{CK}{CD}$	0,25
	$\Rightarrow CH.CD = CK.CB$ (đpcm)	0,25
	c) (2,0 điểm).	
	Xét $\triangle AFD$ và $\triangle AKC$ Có: $\widehat{AFD} = \widehat{AKC} = 90^\circ$ $\widehat{FAD}$ chung $\Rightarrow \triangle AFD \sim \triangle AKC (g - g)$	0,5
	$\Rightarrow \frac{AF}{AD} = \frac{AK}{AC} \Rightarrow AD.AK = AF.AC$ (3)	0,25
	Xét $\triangle CFD$ và $\triangle AHC$ Có: $\widehat{CFD} = \widehat{AHC} = 90^\circ$ $\widehat{FCD} = \widehat{HAC}$ (so le trong) $\Rightarrow \triangle CFD \sim \triangle AHC (g - g)$	0,5
	$\Rightarrow \frac{CF}{CD} = \frac{AH}{AC}$	0,25
	Mà : $CD = AB \Rightarrow \frac{CF}{AB} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AB.AH = CF.AC$ (4)	0,25
	Từ (3) và (4) $\Rightarrow AB.AH + AD.AK = CF.AC + AF.AC$ $= (CF + AF)AC = AC^2$ (đpcm).	0,25
Câu 5 (2,0 điểm)	5.1(1,0 điểm)	
	Ta có: $\frac{x}{y^3 - 1} - \frac{y}{x^3 - 1} = \frac{x^4 - x - y^4 + y}{(y^3 - 1)(x^3 - 1)}$ $= \frac{(x^4 - y^4) - (x - y)}{xy(y^2 + y + 1)(x^2 + x + 1)}$	0,25
	$= \frac{(x - y)(x + y)(x^2 + y^2) - (x - y)}{xy(x^2y^2 + y^2x + y^2 + yx^2 + xy + y + x^2 + x + 1)}$ $= \frac{(x - y)(x^2 + y^2 - 1)}{xy[x^2y^2 + xy(x + y) + x^2 + y^2 + xy + 2]}$ $= \frac{(x - y)(x^2 - x + y^2 - y)}{xy[x^2y^2 + (x + y)^2 + 2]}$	0,25
	$= \frac{(x - y)[x(x - 1) + y(y - 1)]}{xy(x^2y^2 + 3)}$ $= \frac{(x - y)[x(-y) + y(-x)]}{xy(x^2y^2 + 3)} \quad (\text{do } x + y = 1 \Rightarrow y - 1 = -x \text{ và } x - 1 = -y)$ $= \frac{(x - y)(-2xy)}{xy(x^2y^2 + 3)}$	0,25

	$= \frac{-2(x-y)}{x^2y^2+3}$	
	$\Rightarrow P = \frac{-2(x-y)}{x^2y^2+3} + \frac{2(x-y)}{x^2y^2+3} = 0$	0,25
5.2(1,0 điểm)		
	Ta có: $(x+y)^2 \geq 4xy$ (1)	0,25
	$\Rightarrow [(x+y)+z]^2 \geq 4(x+y)z$ $\Leftrightarrow 36 \geq 4(x+y)z \text{ (vì } x+y+z=6 \text{)}$	0,25
	$\Leftrightarrow 36(x+y) \geq 4(x+y)^2z \text{ (vì } x, y \text{ dương nên } x+y \text{ dương)} \quad (2)$	0,25
	Từ (1) và (2), ta có: $36(x+y) \geq 16xyz$ $\Leftrightarrow x+y \geq \frac{4}{9}xyz \Leftrightarrow \frac{x+y}{xyz} \geq \frac{4}{9} \text{ (đpcm)}$	0,25

Lưu ý khi chấm bài:

- Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải, lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu học sinh trình bày cách làm khác mà đúng thì cho điểm các phần theo thang điểm tương ứng.
- Với bài 4, nếu học sinh vẽ hình sai hoặc không vẽ hình thì không chấm.