

Thí sinh làm bài (cả phần trắc nghiệm khách quan và phần tự luận) trên tờ giấy thi

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (8,0 điểm)

Câu 1. Giá trị biểu thức $-\left(\frac{3}{5}+\frac{3}{4}\right)-\left(\frac{-3}{4}+\frac{2}{5}\right)$ bằng

- A. -2. B. 2. C. -1. D. $\frac{13}{15}$.

Câu 2. Giá trị biểu thức $\left(\frac{-3}{7}+\frac{3}{5}\right):\frac{20}{21}+\left(\frac{-4}{7}+\frac{2}{5}\right):\frac{20}{21}$ bằng

- A. -2. B. 0. C. -1. D. 1.

Câu 3. Giá trị x trong tỉ lệ thức $\frac{3}{x-1}=\frac{21}{16}$ bằng

- A. $\frac{16}{7}$. B. $\frac{23}{7}$. C. $\frac{-23}{7}$. D. $\frac{-16}{7}$.

Câu 4. Bộ số $(x; y; z)$ thỏa mãn $\frac{x}{5}=\frac{y}{6}=\frac{z}{7}$ và $x-y+z=36$ là

- A. $(30; 36; 42)$. B. $(30; -36; 42)$. C. $(30; 36; -42)$. D. $(-30; 36; 42)$.

Câu 5. Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ với $a, b, c, d \neq 0$ thì

- A. $\frac{3a}{2c}=\frac{2d}{3b}$. B. $\frac{3b}{a}=\frac{3d}{c}$. C. $\frac{5a}{5d}=\frac{b}{c}$. D. $\frac{a}{2b}=\frac{d}{2c}$.

Câu 6. Cho $x^2+y^2+z^2=0$. Giá trị biểu thức $A=x^2(x-1)+y^2(x-1)+z^2(x-1)-1$ bằng

- A. -2. B. 1. C. 0. D. -1.

Câu 7. Cho hai đa thức $f(x)=3x^2+x-4$ và $g(x)=-3x^2-x+3$ thì $f(x)+g(x)$ là

- A. $-6x^2-2x-7$. B. 1. C. $2x+1$. D. -1.

Câu 8. Rút gọn biểu thức $A=(2x+3)(4-6x)-(6-3x)(4x+2)$ ta được

- A. $A=0$. B. $A=-28x$. C. $A=28x$. D. $A=24x^2-28x$.

Câu 9. Xác suất khi gieo một con xúc xắc sáu mặt để được mặt hơn 4 chấm bằng

- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 10. Cho tam giác ABC có $\hat{A}=80^\circ$, $\hat{B}=70^\circ$. Đường phân giác AD và CE cắt nhau tại I
($D \in BC, E \in AB$). $\widehat{DIE}$ bằng

- A. 125° . B. 115° . C. 65° . D. 55° .

Câu 11. Cho $\triangle ABC = \triangle MNP$ biết $AB + AC = 15\text{ cm}$ và $MN - MP = 7\text{ cm}$. Khi đó MN bằng

- A. 13 cm . B. 12 cm . C. 11 cm . D. 4 cm .

Câu 12. Cho $\triangle DEF$, $\triangle PQR$ có $DE = PQ$. Điều kiện để $\triangle DEF = \triangle PQR$ là

- A. $DF = QR; \widehat{D} = \widehat{P}$. B. $DF = PR; \widehat{D} = \widehat{P}$.
C. $\widehat{E} = \widehat{R}; \widehat{D} = \widehat{P}$. D. $EF = QR; \widehat{E} = \widehat{P}$.

Câu 13. Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{B} = 60^\circ, \widehat{C} = 50^\circ$. Kẻ tia phân giác BD ($D \in AC$). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AD > AB$. B. $AB > BD$. C. $BD > BC$. D. $BD > AB$.

Câu 14. Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$. Kẻ BD vuông góc với AC tại D , kẻ CE vuông góc với AB tại E . Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. $\widehat{DBC} > \widehat{ECB}$. B. $\widehat{DBC} < \widehat{ECB}$. C. $\widehat{DBC} = \widehat{ECB}$. D. $\widehat{DBC} \leq \widehat{ECB}$.

Câu 15. Cho $D = \frac{x-6}{x+3}$. Tổng các giá trị nguyên của x để D có giá trị nguyên bằng

- A. -18 . B. -24 . C. 12 . D. -14 .

Câu 16. Anh đọc quyển sách trong hai ngày. Ngày thứ nhất Anh đọc được $\frac{1}{7}$ quyển sách. Ngày thứ hai

Anh đọc được $\frac{7}{12}$ số trang sách còn lại của quyển sách đó. Hỏi sau hai ngày Anh đọc được bao nhiêu phần quyển sách?

- A. $\frac{61}{84}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{9}{14}$. D. $\frac{11}{14}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (12,0 điểm)

Câu 1. (3,0 điểm)

a) Tìm x biết $\frac{x+23}{2021} + \frac{x+22}{2022} - \frac{x+21}{2023} - \frac{x+20}{2024} = 0$.

b) Thực hiện phép tính: $\frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$.

c) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $2xy + 6x^2 - y - 3x = 7$.

Câu 2. (4,0 điểm)

a) Cho $a, b, c, d \neq 0$, $b + c - d \neq 0$; $b^3 + c^3 \neq d^3$ thỏa mãn $b^2 = ac$, $c^2 = bd$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^3 + b^3 - c^3}{b^3 + c^3 - d^3} = \left(\frac{a + b - c}{b + c - d} \right)^3.$$

b) Cho $a, b, c, d \neq 0$; $a - b + c = 0$; $c = 5d$.

Tính giá trị của biểu thức: $A = \left(1 - \frac{a}{b}\right) \left(1 - \frac{b}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{a}\right) \left(\frac{a-b}{d} - 4\right)$.

c) Cho đa thức $f(x) = ax^3 + bx^2 + 8x - 6$. Tìm a, b để $f(x)$ chia cho $x - 2$ dư 14 và $f(x)$ chia cho $x + 1$ dư -16 .

Câu 3. (4,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn, đường cao BE, CF ($E \in AC, F \in AB$). Gọi M là trung điểm của BC . Trên tia đối của tia MF lấy điểm D sao cho $MF = MD$.

a) Chứng minh $CD = BF$ và $CD \parallel BF$.

b) Lấy điểm P bất kì nằm giữa B và F , trên tia đối của tia MP lấy điểm Q sao cho $MP = MQ$. Chứng minh D, Q, C thẳng hàng.

c) Trên tia đối của tia EF lấy điểm K , trên tia đối của tia FE lấy điểm I sao cho $EK = FI$. Chứng minh tam giác MIK cân.

Câu 4. (1,0 điểm) Xét các số thực a, b, c thỏa mãn $-1 \leq a, b, c \leq 2$; $a + b + c = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2$.

..... **HẾT**

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (8,0 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
ĐA	C	B	B	A	B	D	D	B
Câu	9	10	11	12	13	14	15	16
ĐA	C	A	C	B	B	A	A	C

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. (3,0 điểm)

- a) Tìm x biết $\frac{x+23}{2021} + \frac{x+22}{2022} - \frac{x+21}{2023} - \frac{x+20}{2024} = 0$.
- b) Thực hiện phép tính: $\frac{2^{12}.3^5 - 4^6.9^2}{(2^2.3)^6 + 8^4.3^5} - \frac{5^{10}.7^3 - 25^5.49^2}{(125.7)^3 + 5^9.14^3}$.
- c) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn : $2xy + 6x^2 - y - 3x = 7$.

Phần	Nội dung	Điểm
a)	Tìm x biết $\frac{x+23}{2021} + \frac{x+22}{2022} - \frac{x+21}{2023} - \frac{x+20}{2024} = 0$.	1, 0
	$\frac{x+23}{2021} + \frac{x+22}{2022} - \frac{x+21}{2023} - \frac{x+20}{2024} = 0$ $\Rightarrow \left(\frac{x+23}{2021} + 1\right) + \left(\frac{x+22}{2022} + 1\right) - \left(\frac{x+21}{2023} + 1\right) - \left(\frac{x+20}{2024} + 1\right) = 0$	0,25
	$\Rightarrow \frac{x+2044}{2021} + \frac{x+2044}{2022} - \frac{x+2044}{2023} - \frac{x+2044}{2024} = 0$	0,25
	$\Rightarrow (x+2044) \left(\frac{1}{2021} + \frac{1}{2022} - \frac{1}{2023} - \frac{1}{2024}\right) = 0$	0,25
	$\Rightarrow x+2044 = 0$ (vì $\frac{1}{2021} + \frac{1}{2022} - \frac{1}{2023} - \frac{1}{2024} \neq 0$) $\Rightarrow x = -2044$	0,25
b)	Thực hiện phép tính: $\frac{2^{12}.3^5 - 4^6.9^2}{(2^2.3)^6 + 8^4.3^5} - \frac{5^{10}.7^3 - 25^5.49^2}{(125.7)^3 + 5^9.14^3}$.	1,0
	Ta có : $\frac{2^{12}.3^5 - 4^6.9^2}{(2^2.3)^6 + 8^4.3^5} - \frac{5^{10}.7^3 - 25^5.49^2}{(125.7)^3 + 5^9.14^3}$ $= \frac{2^{12}.3^5 - 2^{12}.3^4}{2^{12}.3^6 + 2^{12}.3^5} - \frac{5^{10}.7^3 - 5^{10}.7^4}{5^9.7^3 + 5^9.7^3.2^3}$	0,25
	$= \frac{2^{12}.3^4(3-1)}{2^{12}.3^5(3+1)} - \frac{5^{10}.7^3(1-7)}{5^9.7^3(1+8)}$	0,5

	$= \frac{1}{6} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}.$	0,25																									
c)	Giải phương trình nghiệm nguyên $2xy + 6x^2 - y - 3x = 7.$	1,0																									
	$2xy + 6x^2 - y - 3x = 7$ $\Rightarrow (2x - 1)y + 3x(2x - 1) = 7$ $\Rightarrow (2x - 1)(y + 3x) = 7$	0,25																									
	Vì $x, y \in \mathbb{Z}$ nên $2x - 1, y + 3x \in \mathbb{Z}$ Mà $7 = 1.7 = (-1).(-7)$ nên ta có bảng	0,25																									
	<table><tr><td>$2x-1$</td><td>1</td><td>7</td><td>-1</td><td>-7</td></tr><tr><td>$y+3x$</td><td>7</td><td>1</td><td>-7</td><td>-1</td></tr><tr><td>x</td><td>1</td><td>4</td><td>0</td><td>-3</td></tr><tr><td>y</td><td>4</td><td>-11</td><td>-7</td><td>8</td></tr><tr><td></td><td>(tm)</td><td>(tm)</td><td>(tm)</td><td>(tm)</td></tr></table>	$2x-1$	1	7	-1	-7	$y+3x$	7	1	-7	-1	x	1	4	0	-3	y	4	-11	-7	8		(tm)	(tm)	(tm)	(tm)	0,25
	$2x-1$	1	7	-1	-7																						
	$y+3x$	7	1	-7	-1																						
x	1	4	0	-3																							
y	4	-11	-7	8																							
	(tm)	(tm)	(tm)	(tm)																							
Vậy $(x; y) = \{(1; 4); (4; -11); (0; -7); (-3; 8)\}.$	0,25																										

Câu 2. (4,0 điểm)

a) Cho $a, b, c, d \neq 0, b+c-d \neq 0; b^3 + c^3 \neq d^3$ thỏa mãn $b^2 = ac, c^2 = bd$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^3 + b^3 - c^3}{b^3 + c^3 - d^3} = \left(\frac{a+b-c}{b+c-d} \right)^3.$$

b) Cho $a, b, c, d \neq 0; a-b+c=0; c=5d$.

Tính giá trị của biểu thức: $A = \left(1 - \frac{a}{b}\right) \left(1 - \frac{b}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{a}\right) \left(\frac{a-b}{d} - 4\right).$

c) Cho $f(x) = ax^3 + bx^2 + 8x - 6$. Tìm a, b để $f(x)$ chia cho $x-2$ dư 14 và $f(x)$ chia cho $x+1$ dư -16.

Phần	Nội dung	Điểm
a)	Cho a, b, c, d khác 0, $b+c-d \neq 0; b^3 + c^3 \neq d^3$ thỏa mãn $b^2 = ac, c^2 = bd$. Chứng minh rằng: $\frac{a^3 + b^3 - c^3}{b^3 + c^3 - d^3} = \left(\frac{a+b-c}{b+c-d} \right)^3.$	1,5
	Ta có $b^2 = ac \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{c}; c^2 = bd \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{c}{d}.$	0,25
	Do đó $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a^3}{b^3} = \frac{b^3}{c^3} = \frac{c^3}{d^3}$	0,25
	Đặt $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \frac{a^3}{b^3} = \frac{b^3}{c^3} = \frac{c^3}{d^3} = k^3$	0,25
	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có $\frac{a^3}{b^3} = \frac{b^3}{c^3} = \frac{c^3}{d^3} = \frac{a^3 + b^3 - c^3}{b^3 + c^3 - d^3} = k^3 \quad (1)$	0,25
	Mặt khác, theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{a+b-c}{b+c-d} = k \Rightarrow \left(\frac{a+b-c}{b+c-d} \right)^3 = k^3 \quad (2)$	0,25

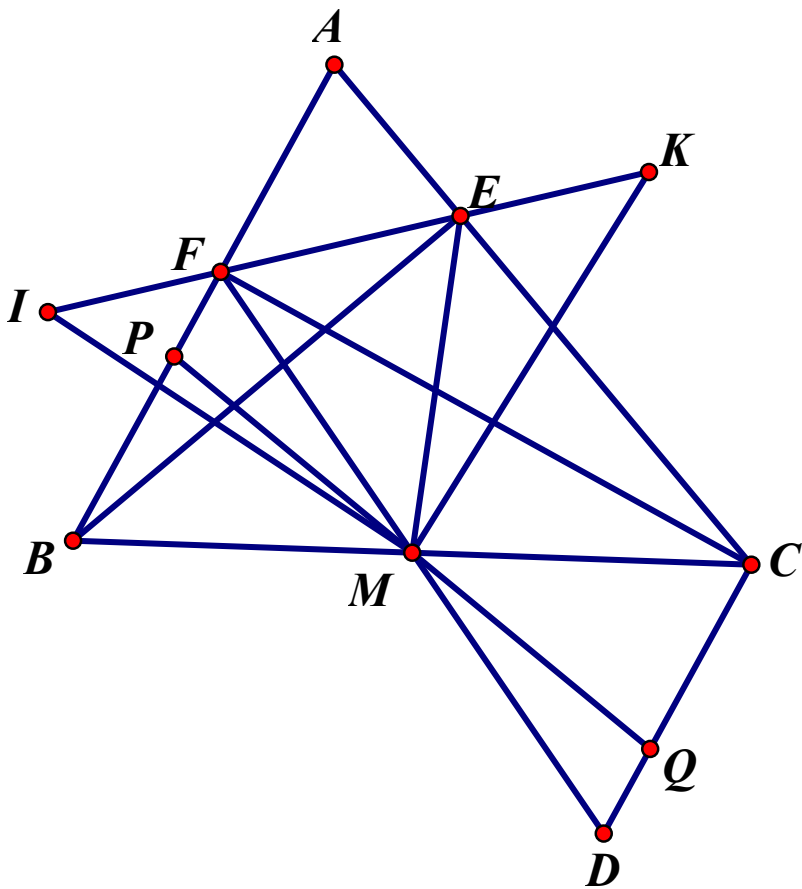
	Từ (1) và (2) ta có $\frac{a^3+b^3-c^3}{b^3+c^3-d^3} = \left(\frac{a+b-c}{b+c-d}\right)^3$ (đpcm).	0,25
b)	Cho $a, b, c, d \neq 0; a-b+c=0; c=5d$. Tính giá trị của biểu thức: $A = \left(1-\frac{a}{b}\right)\left(1-\frac{b}{c}\right)\left(1+\frac{c}{a}\right)\left(\frac{a-b}{d}-4\right)$.	1,5
	Ta có $A = \left(1-\frac{a}{b}\right)\left(1-\frac{b}{c}\right)\left(1+\frac{c}{a}\right)\left(\frac{a-b}{d}-4\right)$ $= \left(\frac{b-a}{b}\right)\left(\frac{c-b}{c}\right)\left(\frac{a+c}{a}\right)\left(\frac{a-b}{d}-4\right)$	0,25
	Mà $a-b+c=0 \Rightarrow b-a=c$	0,25
	Tương tự, ta có $c-b=-a; a+c=b; a-b=-c$	0,25
	Ta có $A = \left(\frac{c}{b}\right)\left(\frac{-a}{c}\right)\left(\frac{b}{a}\right)\left(\frac{-c}{d}-4\right)$	0,25
	$= \frac{-abc}{abc}\left(\frac{-5d}{d}-4\right)$	0,25
	$= (-1).(-9) = 9$	0,25
c)	Cho $f(x) = ax^3 + bx^2 + 8x - 6$. Tìm a, b để $f(x)$ chia cho $x-2$ dư 14 và $f(x)$ chia cho $x+1$ dư -16.	1,0
	Vì $f(x) = ax^3 + bx^2 + 8x - 6$ chia cho $x-2$ dư 14 nên $f(x)$ có dạng: $f(x) = (x-2)g(x) + 8$ Ta có $f(2) = (2-2)g(2) + 8$ $\Rightarrow a.2^3 + b.2^2 + 8.2 - 6 = 14$ $\Rightarrow 8a + 4b = 4$ (1)	0,25
	Vì $f(x) = ax^3 + bx^2 + 8x - 6$ chia cho $x+1$ dư -16 nên $f(x)$ có dạng: $f(x) = (x+1)h(x) - 16$ Ta có $f(-1) = (-1+1)h(-1) - 16$ $\Rightarrow a.(-1)^3 + b.(-1)^2 + 8.(-1) - 6 = -16$ $\Rightarrow -a + b = -2 \Rightarrow b = a - 2$ (2)	0,25
	Thay (2) vào (1) ta có $8a + 4(a-2) = 4$ $\Rightarrow 12a - 8 = 4$ $\Rightarrow a = 1$	0,25
	Thay $a = 1$ vào (2) ta có $b = 1 - 2 = -1$ Vậy $a = 1; b = -1$.	0,25

Câu 3. (4,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn, đường cao BE, CF ($E \in AC, F \in AB$). Gọi M là trung điểm của BC . Trên tia đối của tia MF lấy điểm D sao cho $MF = MD$.

a) Chứng minh $CD = BF$ và $CD \parallel BF$.

b) Lấy điểm P bất kì nằm giữa B và F , trên tia đối của tia MP lấy điểm Q sao cho $MP = MQ$. Chứng minh D,Q,C thẳng hàng.

c) Trên tia đối của tia EF lấy điểm K , trên tia đối của tia FE lấy điểm I sao cho $EK = FI$. Chứng minh tam giác MIK cân.

Phần	Nội dung	Điểm
Hình vẽ		
a)	Chứng minh $CD = BF$ và $CD // BF$.	2,0
	Xét $\triangle BMF$ và $\triangle CMD$ Có: $BM = CM$ (Vì M là trung điểm của BC) $\widehat{BMF} = \widehat{CMD}$ (Hai góc đối đỉnh) $MF = MD$ (gt)	0,75
	$\Rightarrow \triangle BMF = \triangle CMD$ (c - g - c)	0,25
	$\Rightarrow CD = BF$	0,25
	Và $\widehat{MBF} = \widehat{MCD}$ mà chúng ở vị trí so le trong	0,5
	$\Rightarrow CD // BF$	0,25
b)	Lấy điểm P bất kì nằm giữa B và F trên tia đối của tia MP lấy điểm Q sao cho $MP = MQ$. Chứng minh D,Q,C thẳng hàng.	1,0
	Xét $\triangle BMP$ và $\triangle CMQ$ Có: $MB = MC$ (Vì M là trung điểm của BC) $\widehat{BMP} = \widehat{CMQ}$ (hai góc đối đỉnh)	0,5

	$MP = MQ(gt)$	
	$\Rightarrow \triangle BMP = \triangle CMQ(c - g - c)$	0,25
	$\Rightarrow \widehat{MBP} = \widehat{MCQ}$ mà chúng ở vị trí so le trong $\Rightarrow BP // CQ$ Mà $CD // BF$ theo tiên đề Ơclit $\Rightarrow C, Q, D$ thẳng hàng	0,25
c)	Trên tia đối của tia EF lấy điểm K , trên tia đối của tia FE lấy điểm I sao cho $EK = FI$. Chứng minh tam giác MIK cân.	1,0
	Xét $\triangle BFC$ và $\triangle DCF$ Có: $BF = CD$ (theo a)) $\widehat{BFC} = \widehat{DCF} = 90^\circ$ (Vì $BF // CD$ và $BF \perp CF$) CF cạnh chung	0,25
	$\Rightarrow \triangle BFC = \triangle DCF(c - g - c) \Rightarrow BC = DF$ Mà $DF = 2FM$ (Vì M là trung điểm FD) $\Rightarrow FM = \frac{1}{2}BC$ (1)	0,25
	Chứng minh tương tự: $ME = \frac{1}{2}BC$ (2). Từ (1) và (2) $\Rightarrow MF = ME \Rightarrow \triangle MFE$ cân tại M $\Rightarrow \widehat{MFE} = \widehat{MEF} \Rightarrow \widehat{MFI} = \widehat{MEK}$ (kề bù)	0,25
	Xét $\triangle MFI$ và $\triangle MEK$ Có: $MF = ME$ (chứng minh trên) $\widehat{MFI} = \widehat{MEK}$ (chứng minh trên) $FI = EK(gt)$ $\Rightarrow \triangle MFI = \triangle MEK(c - g - c) \Rightarrow MI = MK \Rightarrow \triangle MIK$ cân tại M	0,25

Câu 4. (1,0 điểm) Xét các số thực a, b, c thỏa mãn $-1 \leq a, b, c \leq 2$; $a + b + c = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2$.

Phần	Nội dung	Điểm
	Vì $-1 \leq a, b, c \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} a+1 \geq 0 \\ a-2 \leq 0 \end{cases}$	0,25
	$\Rightarrow (a+1)(a-2) \leq 0 \Rightarrow a^2 - 2a + a - 2 \leq 0 \Rightarrow a^2 \leq a + 2$	0,25
	Chứng minh tương tự: $\begin{cases} b^2 \leq b+2 \\ c^2 \leq c+2 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \leq a + b + c + 6 = 6$	0,25

	Dấu đẳng thức xảy ra khi: $(a; b; c) = (-1; -1; 2)$ và các hoán vị Vậy $\text{Max } P = 6 \Leftrightarrow (a; b; c) = (-1; -1; 2)$ và các hoán vị	0,25
--	---	------