



I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

A. Đại số

- Phân thức đại số.
- Bất phương trình bậc nhất một ẩn.
- Giải toán bằng cách lập phương trình: Dạng toán về năng suất, toán có nội dung hình học, toán phần trăm.

B. Hình học

- Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP :

DẠNG 1. CÁC BÀI TOÁN RÚT GON CÂU HỎI PHỤ:

Bài 1: Cho biểu thức $A = \left(\frac{3}{2x+4} + \frac{x}{2-x} + \frac{2x^2+3}{x^2-4} \right) : \left(\frac{2x-1}{4x-8} \right)$ với $x \neq \pm 2$; $x \neq \frac{1}{2}$

- a) Rút gọn A;
- b) Tìm x để $A < 2$;
- c) Tính giá trị của A biết $|x-1|=3$;
- d) Tìm x để $|A|=1$

Bài 2: Cho biểu thức

$$B = \left(\frac{3x}{2x+3} + \frac{4}{3-2x} - \frac{4x^2-23x-12}{4x^2-9} \right) : \left(\frac{x+3}{2x+3} \right) \text{ với } x \neq \pm \frac{3}{2}; x \neq -3$$

- a) Rút gọn B;
- b) Tính giá trị của B biết $2x^2+7x+3=0$;
- c) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $B \in \mathbb{Z}$;
- d) Tìm x để $|B| < 1$

Bài 3: Cho biểu thức $C = \left(\frac{4a+1}{5a^2-5} + \frac{1}{5a+5} + \frac{1}{1-a} \right) : \left(\frac{1}{a^3b-ab} \right)$ với $a \neq \pm 1$; $a \neq 0$; $b \neq 0$

- a) Rút gọn C;
- b) Tính giá trị của C biết $a = \frac{1}{2}$; $b = \frac{-6}{5}$
- c) Tìm giá trị nhỏ nhất hoặc giá trị lớn nhất của C để $a+b=6$

Bài 4: Cho biểu thức $D = \left(\frac{2x^2+1}{x^3-1} - \frac{1}{x-1} \right) : \left(1 - \frac{x^2+3}{x^2+x+1} \right)$ với $x \neq 1$; $x \neq 2$

- a) Rút gọn D;
- b) Tìm giá trị của x để $D = 3$;
- c) Tìm những giá trị dương của x để $D < 0$;
- d*) Tìm GTNN của biểu thức x.D biết $x > 2$.

DẠNG 2. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH:

Bài 5: Một đội thợ mỏ lập kế hoạch khai thác than, theo đó mỗi ngày phải khai thác được 50 tấn than. Khi thực hiện, mỗi ngày đội khai thác được 57 tấn than. Do đó, đội đã hoàn

thành kế hoạch trước 1 ngày và còn vượt mức 13 tấn than. Hỏi theo kế hoạch, đội phải khai thác bao nhiêu tấn than?

Bài 6: Một đội máy cày dự định một ngày cày 40ha. Khi thực hiện, mỗi ngày cày được 52ha. Vì vậy không những đã cày xong trước 2 ngày mà còn cày thêm 4ha nữa. Tính diện tích ruộng đội phải cày theo kế hoạch đã định.

Bài 7: Một tổ sản xuất dự định phải làm một số dụng cụ trong 30 ngày. Do mỗi ngày đã vượt năng suất so với dự định 10 dụng cụ nên không những đã làm thêm được 20 dụng cụ mà tổ đó còn làm xong trước thời hạn 7 ngày. Tính số dụng cụ mà tổ sản xuất đó phải làm theo kế hoạch.

Bài 8: Chu vi một miếng đất hình chữ nhật bằng 80m. Nếu giảm chiều rộng 3m và tăng chiều dài 8m thì diện tích tăng thêm 32m^2 . Tính kích thước miếng đất.

Bài 9: Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi 140m. Người ta làm một lối đi chung xung quanh vườn có chiều rộng lối đi là 1m và diện tích vườn còn lại là 1064m^2 . Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn.

Bài 10: Một nhóm tình nguyện viên dự định đan một số bộ quần áo len cho trẻ vùng cao trong 20 ngày. Do lịch trình thay đổi nên năng suất của nhóm bắt buộc phải tăng 20%. Bởi vậy chỉ trong 18 ngày không những đã hoàn thành công việc mà còn đan thêm 24 bộ nữa. Tính số bộ quần áo mà nhóm dự định đan ban đầu.

Bài 11: Một nhóm học sinh cần hoàn thành một dự án trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện có một bạn xin rút do có lí do riêng. Vậy nên để hoàn thành kế hoạch, mỗi người còn lại phải tăng năng suất 25%. Tính số người lúc đầu của nhóm?

DẠNG 3. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH:

Bài 12: Giải các bất phương trình và biểu diễn tập nghiệm trên trục số:

Câu 1: $\frac{x-2}{6} + \frac{x-3}{5} < \frac{x-4}{4} + \frac{x-1}{7}$

Câu 4: $\frac{3}{5} - x > \frac{3-5x}{2} + 3x$

Câu 2: $\frac{x+2}{7} + \frac{x+4}{5} < \frac{x+6}{3} + \frac{x+1}{8}$

Câu 5: $\frac{x-4}{12} - x \leq \frac{-3 \cdot (x+3)}{4} - \frac{x-5}{6}$

Câu 3: $\frac{1-2x}{4} - 2 < \frac{1-5x}{8}$

Câu 6: $-2 - 7x > (3+2x) - (5-6x)$

DẠNG 4. HÌNH HỌC

Bài 13: Cho $\triangle ABC$ vuông ở A có $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$, đường cao AH

- a) Kẻ $HE \perp AB$ tại E , $HF \perp AC$ tại F . Chứng minh $\triangle AEH \sim \triangle AHB$
b) Chứng minh $AH^2 = AF.AC$
c) Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle AFE$
d) Tính diện tích tứ giác $BCFE$
e) Tia phân giác của $\widehat{BAC}$ cắt $EF; BC$ lần lượt tại I và K . Chứng minh $KB.IE = KC.IF$
f) Lấy M đối xứng với H qua AB . Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với BC cắt AM ở N .
Chứng minh NC, AH, EF đồng quy.

Bài 14: Cho hình chữ nhật $ABCD$ $AB = 8cm, BC = 6cm$. Vẽ đường cao AH của $\triangle ABD$.

- a) Tính BD, AH, DH .
b) Chứng minh: $BC^2 = DH.DB$
c) Gọi M là giao điểm của 2 đường chéo AC và BD . Từ M kẻ Mx vuông góc với BD cắt AB và AD lần lượt tại E và F . Chứng minh rằng: $\triangle BME \sim \triangle FMD$
d) Tính $HM; AE$
e) Từ B kẻ BK vuông góc với DE (K thuộc đường thẳng DE).
Chứng minh ba điểm $F; K; B$ thẳng hàng.

Bài 15: Cho $\triangle ABC$ nhọn, các đường cao AM, BN cắt nhau tại K .

- a) Chứng minh: $\triangle AKN \sim \triangle BKM$
b) Chứng minh: $\triangle AKB \sim \triangle NKM$
c) Kẻ $MH \perp AC$ ($H \in AC$). Chứng minh: $MC^2 = AC.HC$
d) Gọi I là giao điểm của KH và MN . Kẻ $IE \perp AC$ ($E \in AC$). Gọi F là giao điểm của IE và KM . Chứng minh: $\frac{1}{KN} + \frac{1}{MH} = \frac{2}{EF}$.

Bài 16: Cho tam giác đều ABC có O là trung điểm của BC . Vẽ $\widehat{xOy} = 60^\circ$ sao cho tia Ox cắt cạnh AB tại M , tia Oy cắt cạnh AC tại N .

- a) Chứng minh: $\triangle BOM \sim \triangle CNO$.
b) Chứng minh: $BM.CN = \frac{BC^2}{4}$
c) Chứng minh: $\triangle BOM \sim \triangle ONM$.

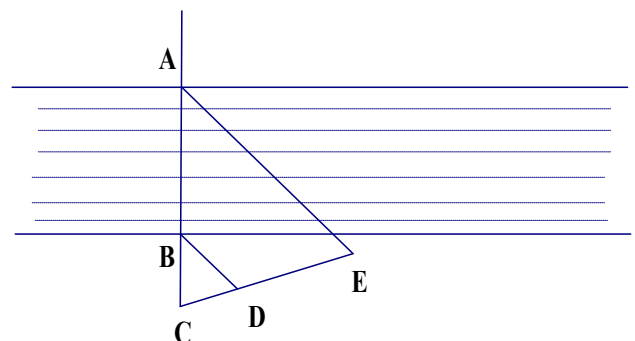
Từ đó suy ra: MO là tia phân giác của $\widehat{BMN}$ và $CN.NM = ON^2$.

d) Chứng minh rằng: Điểm O cách đều các đường thẳng BM, MN, CN .

e) Biết độ dài $AB = 3cm$. Tính chu vi tam giác AMN .

Bài 17: Một cột đèn cao 7m có bóng trên mặt đất dài 4m. Cùng thời điểm, gần đây có một tòa nhà cao tầng có bóng trên mặt đất dài 80m. Hỏi tòa nhà có bao nhiêu tầng? Biết mỗi tầng cao 2m.

Bài 18: Để đo chiều rộng AB của một khúc sông người ta dựng được ba điểm C, D, E thẳng hàng; ba điểm C, B, A thẳng hàng và BD song song với AE (hình vẽ). Biết rằng $CB = 38m, CD = 32m, CE = 110m$. Tìm chiều rộng AB của khúc sông đó (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



DẠNG 5. CÁC BÀI TOÁN NÂNG CAO

Bài 19.

19.1 Tìm GTNN của các biểu thức sau:

$$A = \frac{2}{6x - 5 - 9x^2} \quad B = \frac{4x^2 - 6x + 3}{2x^2 - 3x + 2} \quad C = \frac{2x + 1}{x^2}$$
$$D = \frac{4x^2 - 6x + 1}{(x - 2)^2} \quad E = \frac{3x^2 - 8x + 6}{x^2 - 2x + 1}$$

19.2 Tìm GTLN của các biểu thức sau:

$$A = \frac{-8}{3x^2 + 2} \quad B = \frac{3x^2 + 4}{x^2 + 4} \quad C = \frac{2x^2 + 4x + 9}{x^2 + 2x + 4} \quad D = \frac{x}{(x + 2016)^2}$$

19.3 Tìm GTLN và GTNN của các biểu thức sau:

$$A = \frac{3 - 4x}{x^2 + 1} \quad B = \frac{8x + 3}{4x^2 + 1} \quad C = \frac{27 - 12x}{x^2 + 9}$$

Bài 20. Chứng minh các bất đẳng thức sau:

a) $\frac{x^2 + y^2}{2} \geq xy$; $(x + y)^2 \geq 4xy$; $2(x^2 + y^2) \geq (x + y)^2 \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$

b) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a + b} \quad \forall a, b > 0$; $\frac{1}{ab} \geq \frac{4}{(a + b)^2} \quad \forall a, b > 0$

c) Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác.

Chứng minh rằng : $\frac{1}{a + b - c} + \frac{1}{b + c - a} + \frac{1}{c + a - b} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

d) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a + b + c} \quad \forall a, b, c > 0$

e) $\frac{a}{b + c} + \frac{b}{c + a} + \frac{c}{a + b} \geq 1,5 \quad \forall a, b, c > 0$

f) $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{(a + b + c)^2}{3} \geq ab + bc + ca$

g) Cho x, y, z thỏa mãn: $xy + yz + zx = 9$. Tìm GTNN của $P = x^2 + y^2 + z^2$

h) Cho x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 4$. Tìm GTNN của $P = x^2 + y^2 + z^2$

Bài 21. Chứng minh các bất đẳng thức sau:

a) $(a + 1)(b + 1)(c + 1) \geq 8 \quad \forall a, b, c > 0$ và $abc = 1$

b) Cho $a + b > 1$. Chứng minh rằng: $a^4 + b^4 > \frac{1}{8}$

c) $(3x + 5z - 5t)^2 \leq 34(x^2 + z^2 + t^2 - 2zt) \quad \forall x, y, z, t$

d) $\frac{1}{a + 3b} + \frac{1}{b + 3c} + \frac{1}{c + 3a} \geq \frac{1}{2a + b + c} + \frac{1}{a + 2b + c} + \frac{1}{a + b + 2c} \quad \forall a, b, c > 0$.

-----HẾT-----