

Câu 1 (2,0 điểm)

Tìm x biết:

a) $\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{16} = 0$

b) $\left|x + \frac{3}{4}\right| - \frac{1}{2} = 2017$

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Cho $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b}$. Tính : $P = \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b}$.

b) Hãy chia số 26 thành ba phần tỉ lệ nghịch với các số 2; 3; 4.

Câu 3 (2,0 điểm)

a) Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx - 2$

Xác định hệ số a, b biết đa thức $f(x)$ nhận $x = -1$ và $x = 2$ làm nghiệm.

b) Cho đa thức $A = x^2 - 10xy + 2017y^2 + 2y$ và $B = 5x^2 - 8xy + 2017y^2 + 3y - 2018$.

Tìm đa thức $C = A - B$. Tính giá trị của đa thức C tìm được ở trên khi $2x + y = 1$.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi M là trung điểm của BC.

a) Chứng minh $AM \perp BC$ và $MA = MC$.

b) Lấy điểm D trên đoạn thẳng AB (D khác A và B), đường thẳng vuông góc với MD tại M cắt AC tại E. Chứng minh: $MD = ME$.

c) Chứng minh: $MD + ME \geq AD + AE$.

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho a, b, c, d là các số nguyên dương thỏa mãn $a + b = c + d = 25$.

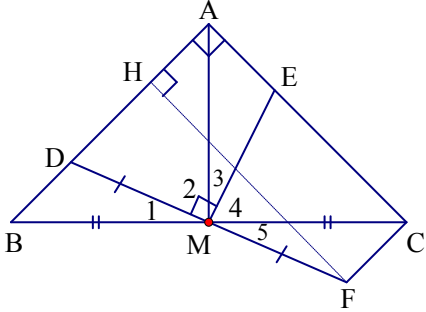
Tìm giá trị lớn nhất của $M = \frac{c}{b} + \frac{d}{a}$.

_____ Hết _____

Họ tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Chữ kí giám thị 1: Chữ kí giám thị 2:.....

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	a	$\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{3} = \frac{1}{4} \\ x + \frac{1}{3} = -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1}{12} \\ x = \frac{-7}{12} \end{cases}$	0,5 0,5
		$\left x + \frac{3}{4}\right - \frac{1}{2} = 2017 \Rightarrow \left x + \frac{3}{4}\right = \frac{1}{2} + 2017 = \frac{4035}{2}$	0,25
	b	$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{3}{4} = \frac{4035}{2} \\ x + \frac{3}{4} = \frac{-4035}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{8067}{4} \\ x = \frac{-8073}{4} \end{cases}$	0,25 0,5
2	a	Ta có: $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b} = \frac{a+b+c}{2(a+b+c)}$	0,25
		+ Nếu $a+b+c=0 \Rightarrow a+b=-c; b+c=-a; a+c=-b$ Khi đó $P = (-1) + (-1) + (-1) = -3$	0,25
		+ Nếu $a+b+c \neq 0$ thì ta có $b+c=2a; c+a=2b; a+b=2c$ Khi đó $P = \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} = \frac{2c}{c} + \frac{2a}{a} + \frac{2b}{b} = 6$	0,25
		Vậy : $P = -3$ hoặc $P = 6$.	0,25
		Giả sử số 26 được chia thành ba phần x, y, z . Theo bài ra ta có : $2x = 3y = 4z \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$	0,25
	b	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau $\frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} = \frac{x+y+z}{6+4+3}$ $= \frac{26}{13} = 2$ $\Rightarrow x = 12, y = 8, z = 6$.	0,25 0,25
3	a	Đa thức $f(x) = ax^2 + bx - 2$ nhận $x = -1$ làm nghiệm. $\Rightarrow f(-1) = 0 \Rightarrow a.(-1)^2 + b.(-1) - 2 = 0 \Rightarrow a - b - 2 = 0 \Rightarrow a = b + 2$.	0,25
		Đa thức $f(x) = ax^2 + bx - 2$ nhận $x = 2$ làm nghiệm.	0,25

		$\Rightarrow f(2)=0 \Rightarrow a.(2)^2 + b.(2) - 2 = 0 \Rightarrow 4a + 2b - 2 = 0$	
		$\Rightarrow 4(b + 2) + 2b - 2 = 0 \Rightarrow 4b + 8 + 2b - 2 = 0 \Rightarrow 6b + 6 = 0$	0,25
		$\Rightarrow b = -1 \Rightarrow a = 1$. Vậy $a = 1$; $b = -1$	0,25
	b	$C = A - B$	
		$= (x^2 - 10xy + 2017y^2 + 2y) - (5x^2 - 8xy + 2017y^2 + 3y - 2018)$	0,25
		$= x^2 - 10xy + 2017y^2 + 2y - 5x^2 + 8xy - 2017y^2 - 3y + 2018$	
		$= -4x^2 - 2xy - y + 2018$	0,25
		$C = -4x^2 - 2xy - y + 2018 = -2x(2x + y) - y + 2018$	
		Thay $2x + y = 1$ vào ta được $C = -2x - y + 2018 = -(2x + y) + 2018$	0,25
		Thay $2x + y = 1$ vào ta được $C = -1 + 2018 = 2017$	0,25
	4		0,25
		Xét $\triangle ABM$ và $\triangle ACM$ có: AM chung; $AB = AC$ ($\triangle ABC$ vuông cân); $MB = MC$ (gt) $\Rightarrow \triangle ABM = \triangle ACM$ (c.c.c)	0,25
		$\Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{AMC}$. Mà $\widehat{AMB} + \widehat{AMC} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{AMC} = 90^\circ$ $\Rightarrow AM \perp BC$	0,25
		- $\triangle AMC$ có $\widehat{AMC} = 90^\circ$; $\widehat{ACM} = 45^\circ$ ($\triangle ABC$ vuông cân tại A) $\Rightarrow \triangle AMC$ vuông cân tại M $\Rightarrow MA = MC$ (1)	0,5
		Ta có: $\widehat{M_2} + \widehat{M_3} = 90^\circ$ ($MD \perp ME$) và $\widehat{M_3} + \widehat{M_4} = 90^\circ$ ($AM \perp BC$) $\Rightarrow \widehat{M_2} = \widehat{M_4}$ (2)	0,25
		b - Do $\triangle ABM = \triangle ACM \Rightarrow \widehat{MAB} = \widehat{MAC} = \frac{\widehat{BAC}}{2} = 45^\circ$	0,25
		Xét $\triangle AMD$ và $\triangle CME$ có: $AM = CM$ (theo (1)); $\widehat{M_2} = \widehat{M_4}$ (theo (2)); $\widehat{MAD} = \widehat{ACM} = 45^\circ$ $\Rightarrow \triangle AMD = \triangle CME$ (g.c.g) $\Rightarrow MD = ME$	0,5

	c	Trên tia đối của tia MD lấy F sao cho MF = MD. Từ F kẻ FH $\perp$ AB tại H.	0,25
		- Chứng minh $\triangle MDB = \triangle MFC$ (c.g.c) từ đó suy ra FC // AB và FC $\perp$ AC. - Chứng minh $\triangle HAC = \triangle CFH$ từ đó suy ra HF = AC	0,25
		Do $\triangle AMD = \triangle CME \Rightarrow AD = CE \Rightarrow AD + AE = AC$. Do MD = ME nên MD + ME = 2MD = DF Mặt khác DF $\geq$ HF $\Rightarrow DF \geq AC$ hay MD + ME $\geq$ AD + AE - Dấu “=” khi MD $\perp$ AB.	0,25
5		Vì $a + b = c + d = 25$ nên $1 \leq a, b, c, d \leq 24$ Nếu cả hai phân số $\frac{c}{b}$ và $\frac{d}{a}$ đều lớn hơn 1 thì $c + d > a + b$. Trái giả thiết. Vậy có một phân số không vượt quá 1. Không mất tính tổng quát giả sử $\frac{c}{b} \leq 1$	0,25
		+ Nếu $d \leq 23$ thì $\frac{d}{a} \leq 23$ (vì $a \geq 1$) $\Rightarrow M = \frac{c}{b} + \frac{d}{a} \leq 1 + 23 = 24$ (1)	0,25
		+ Nếu $d = 24$ thì $c = 1 \Rightarrow M = \frac{1}{b} + \frac{24}{a}$	0,25
		- Nếu $a > 1$ thì $\Rightarrow M \leq 1 + \frac{24}{2} = 13$ (2)	
		- Nếu $a = 1$ thì $b = 24 \Rightarrow M \leq \frac{1}{24} + \frac{24}{1} = \frac{577}{24}$ (3)	
		Từ (1), (2) và (3) suy ra $Max(M) = \frac{577}{24}$ Dấu “=” xảy ra khi $a = c = 1$; $b = d = 24$ hoặc $a = c = 24$; $b = d = 1$.	0,25

Chú ý : Nếu HS làm cách khác, đúng vẫn cho điểm tối đa.