

Bài I (2,0 điểm) Cho $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}}$ (với $x > 0; x \neq 1$).

a) Tính giá trị của B khi $x = 4$.

b) Chứng minh rằng $\frac{A}{B} = \frac{x}{\sqrt{x}-1}$.

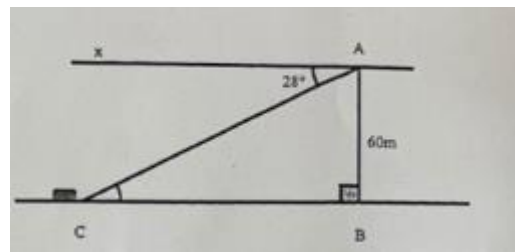
c) Với $x > 1$. Tìm GTNN của $P = \frac{A}{B} + 2018$.

Bài II (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc và thời gian quy định. Nếu mỗi giờ tăng 10km thì xe đến B sớm hơn quy định là 2 giờ. Nếu mỗi giờ giảm 10km thì xe đến B chậm hơn quy định là 3 giờ. Tính quãng đường AB.

2) Từ đỉnh một tòa nhà cao 60m người ta nhìn thấy một ô tô đang đỗ dưới một góc 28° so với phương nằm ngang (hình vẽ bên). Hỏi ô tô đang đỗ cách tòa nhà đó khoảng bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân).



Bài III (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{9}{x-y} - \sqrt{x-1} = -1 \\ \frac{1}{x-y} + \frac{4}{9}\sqrt{x-1} = 1 \end{cases}$$

2) Cho Parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx - 2$ (m là tham số và $m \neq 0$).

a) Khi $m = 3$, vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng mặt phẳng tọa độ. Xác định tọa độ giao điểm của (d) và (P).

b) Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) bằng 1.

Bài IV (3 điểm) Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R), vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn tâm O (B, C là hai tiếp điểm). Trên cung nhỏ BC lấy một điểm M, vẽ $MI \perp AB, MK \perp AC, MP \perp BC$ ($I \in AB, K \in AC, P \in BC$). Gọi BM cắt PI tại E; CM cắt PK tại F.

a) Chứng minh: CPMK là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh: $MPK = MBC$.

c) Chứng minh tứ giác MEPF nội tiếp đường tròn và tìm vị trí của điểm M trên cung nhỏ BC để tích $MI \cdot MK \cdot MP$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài V (0,5 điểm) Cho $x; y; z$ là các số dương thỏa mãn: $x + y + z = 2022$. Tìm giá trị lớn nhất

của biểu thức: $P = \frac{xy}{\sqrt{2022z + xy}} + \frac{yz}{\sqrt{2022x + yz}} + \frac{zx}{\sqrt{2022y + zx}}$.

===== HẾT =====