

**I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM “Từ tuần 1 đến hết tuần 16”****ĐẠI SỐ:**

- 1) Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình
- 2) Các phép biến đổi căn thức bậc hai
- 3) Rút gọn biểu thức chứa căn và câu hỏi phụ liên quan
- 4) Căn bậc ba và một số bài toán thực tế
- 5) Bất đẳng thức và bất phương trình.

**HÌNH HỌC:**

- 1) Độ dài cung tròn, diện tích quạt tròn và hình vành khuyên
- 2) Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn
- 3) Dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến
- 4) Tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau
- 5) Vị trí tương đối của 2 đường tròn.

**II. CÁC DẠNG TOÁN VÀ BÀI TẬP****A. ĐẠI SỐ****Dạng 1. Giải phương trình, bất phương trình, hệ phương trình :****Bài 1.** Giải các phương trình sau bằng cách đưa về phương trình tích:

- |                          |                               |
|--------------------------|-------------------------------|
| a) $4x(x-3)-3x+9=0$      | b) $(x-1)(x+7)-(1-x)(3-2x)=0$ |
| c) $x^2-4+(2-x)(3x+5)=0$ | d) $x^2-7x+12=0$              |
| e) $9x^2=(2x-5)^2$       | f) $x^3+8=x^2-4$ .            |

**Bài 2.** Giải các phương trình chứa ẩn ở mẫu sau:

- |                                                                |                                                                |
|----------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| a) $\frac{1}{7-x} = \frac{x-8}{x-7} - 8$                       | b) $\frac{x+5}{3x-6} - \frac{1}{2} = \frac{2x-3}{2x-4}$        |
| c) $\frac{x-2}{x+2} + \frac{3}{2-x} = \frac{2(x-11)}{x^2-4}$   | d) $\frac{6}{x^2-9} - \frac{1}{2x-7} = \frac{13}{(x+3)(2x-7)}$ |
| e) $1 + \frac{x}{3-x} = \frac{5x}{(x+2)(3-x)} + \frac{2}{x+2}$ | f) $\frac{2x}{x-1} + \frac{4}{x^2+2x-3} = \frac{2x-5}{x+3}$    |

**Bài 3.** Giải các phương trình vô tỉ sau:

- |                                                                    |                                                 |
|--------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| a) $\sqrt{25x} - \sqrt{9x} = 8$                                    | b) $\sqrt{3x} - 2\sqrt{12x} + 7\sqrt{27x} = 60$ |
| c) $\sqrt{9x+9} - \frac{2}{3}\sqrt{4x+4} + \sqrt{16x+16} - 34 = 0$ | d) $\sqrt{x^2+6x+9} = 3$                        |
| e) $\sqrt{25x^2-4} = 2\sqrt{5x-2}$                                 | f) $x - \sqrt{x} - 6 = 0$                       |

**Bài 4.** Giải các bất phương trình sau:

- |                    |                         |
|--------------------|-------------------------|
| a) $15x+4 < 12x-2$ | b) $3x-2(x+4) < 4(x-3)$ |
|--------------------|-------------------------|

c)  $5x - 4 > 7x + 10$

d)  $(x + 2)^2 < x(x + 1)$

e)  $\frac{5x+3}{8} - \frac{x-1}{2} \geq \frac{3x+1}{4}$

f)  $(4x+3)(x+2) < (2x+1)^2 - 5$

**Bài 5.** Giải các hệ phương trình sau:

a)  $\begin{cases} -x + 2y = 3 \\ 5x - 3y = -1 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 3x + 2y = 16 \\ 2x - 3y = -11 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ -4x + 6y = 2 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} (x+1) + 2(y-2) = 5 \\ 3(x+1) - (y-2) = 1 \end{cases}$

e)  $\begin{cases} \frac{3x}{2} + 2y = 0 \\ \frac{x+y}{2} - \frac{2y}{3} = \frac{5}{2} \end{cases}$

f)  $\begin{cases} \frac{2}{x+1} + \frac{3}{y} = -1 \\ \frac{2}{x+1} + \frac{5}{y} = 1 \end{cases}$

**Dạng 2.**

**Rút gọn biểu thức và các bài toán liên quan :**

**Bài 1.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{72} + \sqrt{4\frac{1}{2}} - \sqrt{32} - \sqrt{162}$

c)  $\frac{1}{2}\sqrt{48} - 2\sqrt{75} - \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}} + 5\sqrt{1\frac{1}{3}}$

e)  $\left( \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{6}}{\sqrt{8} - 2} - \frac{\sqrt{216}}{3} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{6}}$

g)  $\left( \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} + 1 \right) \cdot \frac{1}{(\sqrt{2} + 1)^2}$

b)  $\frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} - (\sqrt{2} + \sqrt{3})$

d)  $\left( \frac{\sqrt{14} - \sqrt{7}}{1 - \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{1 - \sqrt{3}} \right) : \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$

f)  $\left( \frac{3}{2}\sqrt{6} + 2\sqrt{\frac{2}{3}} - 4\sqrt{\frac{3}{2}} \right) \left( 3\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{12} - \sqrt{6} \right)$

h)  $\left( \frac{15}{\sqrt{6}+1} + \frac{4}{\sqrt{6}-2} - \frac{12}{3-\sqrt{6}} \right) (\sqrt{6}+11)$

**Bài 2.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $(\sqrt[3]{2}+1)(\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1)$

b)  $(\sqrt[3]{5}+1)^3-3\sqrt[3]{5}(\sqrt[3]{5}+1)$

c)  $\sqrt[3]{26+15\sqrt{3}}-\sqrt[3]{26-15\sqrt{3}}$

d)  $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}+\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$

**Bài 3.** Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} + \frac{3\sqrt{x}+1}{1-x}$  Với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

a) Rút gọn A

b) Tính giá trị của A khi  $x = 4$ .

c) Tìm các giá trị của x để  $A = \frac{1}{2}$

d) Tìm các giá trị của x để  $A < 1$ .

e) Tìm x nguyên để A nhận giá trị nguyên

f) So sánh A với 2.

**Bài 4.** Cho 2 biểu thức  $P = \frac{2\sqrt{x}}{x-9} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$  và  $Q = \frac{6}{x-3\sqrt{x}}$  ( $x \geq 0, x \neq 9$ ).

a) Rút gọn P

b) Tìm x để  $A = \frac{2\sqrt{x}+1}{2}$  với  $A = \frac{Q}{P}$ .

c) So sánh A và  $A^2$ .

**Bài 5.** Cho 2 biểu thức  $A = \frac{7\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+1}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} - \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} - \frac{36}{x-9}$ .

a) Rút gọn B

b) Tìm x để  $A = B$ .

c) Tìm x để B nhận giá trị là số nguyên dương.

**Bài 6.** Với  $x \geq 0; x \neq 9$  Cho 2 biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} - \frac{x+11\sqrt{x}+6}{9-x}$

a) Tính A khi  $x = 25$

b) Rút gọn B và  $M = \frac{A}{B}$ .

c) Tìm x để:  $M(\sqrt{x}+3) = \sqrt{x-5} - 2$

**Bài 7.** Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$  và  $B = \frac{3}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+5}{x-1}$  với  $x \geq 0; x \neq 1$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 4$ .

b) Chứng minh:  $B = \frac{2}{\sqrt{x}+1}$ .

c) Tìm tất cả các giá trị của x để  $P = 2A \cdot B + \sqrt{x}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Dạng 3. Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình.**

**Bài 1.** Tìm hai số tự nhiên có tổng bằng 1006, biết rằng nếu lấy số lớn chia cho số nhỏ thì được thương là 2 và số dư 124.

**Bài 2.** Một trường trung học cơ sở mua 500 quyển vở để làm phần thưởng cho học sinh. Giá bán của mỗi quyển vở loại thứ nhất, loại thứ hai lần lượt là 8000 đồng, 9000 đồng. Hỏi nhà trường đã mua loại bao nhiêu quyển vở? Biết rằng số tiền nhà trường đã dùng để mua 500 quyển vở là 4200000.

**Bài 3.** Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai tổ I sản xuất tăng 15% và tổ II giảm 10% so với tháng thứ nhất. Vì vậy, tháng thứ hai, hai tổ đã sản xuất được 935 chi tiết máy. Hỏi tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

**Bài 4.** Hai đội công nhân cùng làm một đoạn đường trong 24 ngày thì xong. Mỗi ngày, đội I làm được nhiều gấp rưỡi đội II. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi đội làm xong đoạn đường đó trong bao nhiêu lâu? (Giả sử năng suất của mỗi đội là không đổi).

**Bài 5.** Một chiếc xe khách đi từ Thành phố Hồ Chí Minh đến Cần Thơ, quãng đường dài 170 km. Sau khi xe khách xuất phát 1 giờ 40 phút, một xe tải bắt đầu đi từ Cần Thơ về Thành phố Hồ Chí Minh và gặp xe khách sau đó 40 phút. Tính vận tốc của mỗi xe, biết rằng mỗi giờ xe khách đi nhanh hơn xe tải là 15km.

**Bài 6.** Có hai loại quặng chứa 75% sắt và 50% sắt. Tính khối lượng của mỗi loại quặng đem trộn để được 25 tấn quặng chứa 66% sắt

**Bài 7.** Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 5 m. Nếu giảm chiều rộng đi 4 m và giảm chiều dài đi 5 m thì diện tích mảnh đất giảm đi  $180 \text{ m}^2$ . Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất.

**Bài 8.** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước và chảy đầy bể trong 4 giờ 48 phút. Nếu chảy riêng thì vòi thứ nhất có thể chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 4 giờ. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi sẽ chảy đầy bể trong bao lâu.

**Bài 9.** Để chuẩn bị trao thưởng cho học sinh giỏi cuối năm học, trường THCS X cần mua 2000 quyển vở và 400 cây bút để làm phần thưởng. Nhà trường dự tính để mua với giá niêm yết sẽ cần 18 triệu 8400 nghìn đồng. Vì mua với số lượng lớn nên đại lý bán quyết định giảm giá 5% cho mỗi quyển vở và 6% cho mỗi cây bút, vì thế nhà trường chỉ cần trả 17 triệu 456 nghìn đồng. Tính giá tiền niêm yết của mỗi quyển vở và mỗi cây bút.

#### Dạng 4. Giải bài toán bằng cách lập bất phương trình:

**Bài 1.** Một doanh nghiệp sản xuất quần jean có tổng chi phí là 650 triệu đồng /tháng. Giá bán của mỗi chiếc quần là 400 nghìn đồng. Mục tiêu của doanh nghiệp này là thi được lợi nhuận ít nhất là 3 tỉ đồng sau 2 năm. Hỏi trung bình mỗi tháng doanh nghiệp phải bán được ít nhất bao nhiêu chiếc quần jean?

**Bài 2.** Một nhà máy sản xuất cà phê mỗi ngày được 60 tạ cà phê. Lượng cà phê tồn kho trước đó là 160 tạ. Sắp tới một doanh nghiệp đối tác đặt hàng cho xuất khẩu 8,5 tấn cà phê. Hỏi nhà máy cần ít nhất bao nhiêu ngày để sản xuất được lượng cà phê cần thiết để giao cho doanh nghiệp đối tác ? (tính cả lượng cà phê tồn kho).

**Bài 3.** Một ngân hàng đang thực hiện tỉ lệ lãi gửi tiết kiệm (lãi suất tiết kiệm) hàng tháng là 0,7%. Hỏi muốn có số tiền lãi hàng tháng ít nhất là 2 triệu đồng thì số tiền phải gửi tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu?

**Bài 4.** Một hình chữ nhật có các kích thước là 20 cm và 30 cm. Người ta bớt mỗi kích thước của nó đi  $x$  (cm) ( $x > 0$ ). Hỏi giá trị lớn nhất của  $x$  là bao nhiêu để chu vi hình chữ nhật thu được không nhỏ hơn 80 cm?

**Bài 5.** Trong một trò chơi trắc nghiệm nhanh gồm 20 câu hỏi, mỗi câu trả lời đúng được cộng 8 điểm, mỗi câu trả lời sai bị trừ 4 điểm. Thí sinh bắt đầu với 10 điểm và cần đạt ít nhất 90 điểm để vào vòng tiếp theo. Hỏi thí sinh phải trả lời đúng ít nhất bao nhiêu câu hỏi để qua vòng?

### B. HÌNH HỌC

#### Dạng 5 . Hình học thực tế:

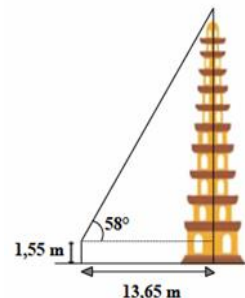
**Bài 1:** Một người đứng cách chân tháp 13,65 m nhìn lên đỉnh tháp

với phương nhìn hợp với phương nằm ngang một góc bằng  $58^\circ$ .

Biết mắt của người đó cách chân của mình một khoảng 1,55 m,

hỏi tháp cao bao nhiêu mét (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)?

**Bài 2:** Một công viên có hồ nước hình tròn với bán kính 50m . Xung



quanh hồ, người ta xây một lối đi hình vành khăn có chiều rộng  $5m$  .

Tính diện tích hồ nước và diện tích lối đi.

(Lấy  $\pi \approx 3,14$  và kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

**Bài 3:** Cho một hình tròn có bán kính  $10cm$  . Hình tròn này được cắt thành một hình quạt tròn với góc ở tâm là  $120^\circ$  . Tính diện tích của hình quạt tròn và độ dài cung tròn tạo thành (Lấy  $\pi \approx 3,14$  và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Bài 4:** Một chiếc quạt giấy khi xòe ra có hình dạng của một hình quạt với bán kính  $25\text{ cm}$  và khi xòe hết thì góc tạo bởi hai thanh nan ngoài cùng của chiếc quạt là  $150^\circ$  . Lấy  $\pi \approx 3,14$  . Tính diện tích phần giấy được dùng để làm một chiếc quạt trên biết quạt được dán bởi hai mặt giống nhau?(các mép dán coi như không đáng kể và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Bài 5:** Bánh đà của một động cơ được thiết kế có dạng là một đường tròn tâm  $O$ , bán kính  $15\text{ cm}$  được kéo bởi một dây curoa.

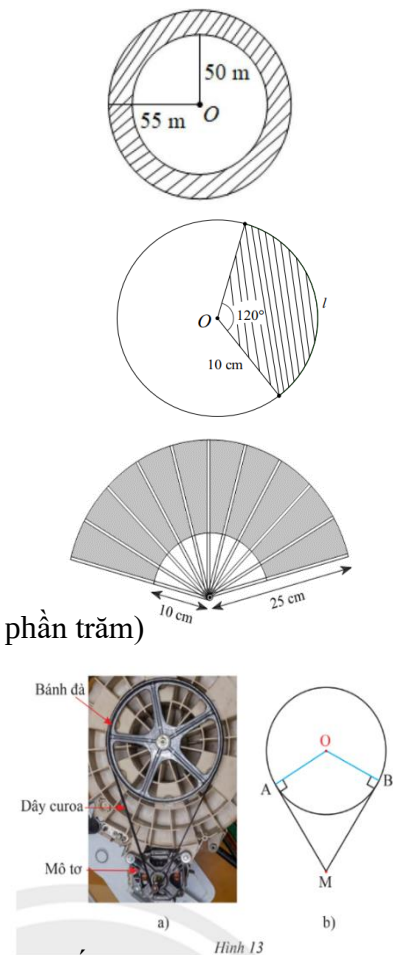
Trục của mô tơ truyền lực được biểu diễn bởi điểm  $M$  (Hình vẽ).

Cho biết khoảng cách  $OM$  là  $35\text{ cm}$ .

a) Tính độ dài của hai đoạn dây curoa  $MA$  và  $MB$

(kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

b) Tính số đo  $\widehat{AMB}$  tạo bởi hai tiếp tuyến  $AM, BM$  và  $\widehat{AOB}$  (kết quả làm tròn đến độ).



## Dạng 6: Hình học phẳng

**Bài 1:** Cho đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB$  , vẽ  $CD \perp OA$  tại trung điểm  $I$  của  $OA$  . Các tiếp tuyến với đường tròn tại  $C$  và  $D$  cắt nhau ở  $M$

a) Chứng minh rằng  $A, B, M$  thẳng hàng.

b) Tứ giác  $OCAD$  là hình gì?

c) Tính  $\angle CMD$

**Bài 2:** Cho đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB$  . Gọi  $I$  là trung điểm của  $OB$  . Qua  $I$  kẻ dây  $CD$  vuông góc với  $OB$  . Tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $C$  cắt  $AB$  tại  $E$  .

a) Chứng minh  $OI \cdot OE = R^2$

b) Chứng minh  $ED$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$ .

c) Gọi  $F$  là trung điểm của dây  $AC$  . Chứng minh  $D, O, F$  thẳng hàng.

**Bài 3:** Cho điểm  $M$  nằm ngoài đường tròn  $(O; R)$  . Từ  $M$  kẻ các tiếp tuyến  $MA, MB$  tới đường tròn ( $A, B$  là các tiếp điểm). Gọi  $H$  là giao điểm của  $MO$  với  $AB$  .

a) Chứng minh  $M, A, O, B$  cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh  $MO \perp AB$  tại  $H$  .

c) Nếu  $OM = 2R$  . Tính  $MA$  theo  $R$  và số đo  $\widehat{AMB}$ .

d) Kẻ đường kính  $AD$  của đường tròn  $(O)$ ,  $MD$  cắt  $(O)$  tại điểm thứ hai là  $C$ . Chứng minh rằng  $MHC = ADC$  .

**Bài 4:** Cho đường tròn  $(O; R)$  đường kính  $AB$ . Vẽ dây  $AC$  sao cho  $AC = R$ . Gọi  $I$  trung điểm của dây  $AC$ . Đường thẳng  $OI$  cắt tiếp tuyến  $Ax$  tại  $M$ .

a) Chứng minh:  $\angle ACB = 90^\circ$ , từ đó suy độ dài của BC theo R.

b) Chứng minh : OM là tia phân của  $\angle COA$ .

c) Chứng minh: MC là tiếp tuyến của (O; R).

**Bài 5:** Cho nửa đường tròn tâm (O) đường kính BC. Kẻ tiếp tuyến Bx của nửa đường tròn (O). Trên tia đối của tia CB lấy điểm A. Kẻ tiếp tuyến AE với nửa đường tròn, tia AE cắt Bx tại D ( Bx nằm trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa nửa đường tròn (O)). Gọi H là giao điểm của BE với DO; K là giao điểm thứ hai của DC với nửa đường tròn (O).

a) Chứng minh  $DO \parallel EC$ .

b) Chứng minh:  $AO \cdot AB = AE \cdot AD$ .

c) Chứng minh  $\widehat{DHK} = \widehat{DCO}$

d) Đường trung trực của đoạn thẳng BC cắt EC tại N. CMR: ODNC là hình bình hành.

**Bài 6:** Cho đường tròn (O; R) và dây AB không đi qua tâm O. Gọi H là trung điểm của AB.

a) Chứng minh rằng:  $OH \perp AB$ .

b) Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt tia OH tại điểm K. Vẽ đường kính AC; CK cắt đường tròn (O) tại D. Chứng minh rằng:  $CD \cdot CK = 4R^2$ .

c) Chứng minh rằng:  $AK = \frac{AD^2}{2R \cdot \sin C \cdot \cos C}$ .

### C. MỘT SỐ BÀI TOÁN ĐẠI SỐ VÀ HÌNH HỌC TỐI ƯU

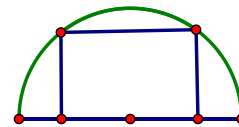
**Bài 1:** Một phòng chiếu phim có 10 hàng ghế ngồi, mỗi hàng có 12 ghế ngồi, quản lí rạp tính rằng trong khung giờ cao điểm nếu mỗi vé xem phim có giá 80000 đồng thì mỗi bộ phim chiếu đều kín các ghế. Biết rằng cứ mỗi lần tăng giá vé thêm 10000 đồng thì mỗi bộ phim chiếu có thêm 5 ghế trống. Hỏi người quản lí rạp cần quyết định giá mỗi vé trong khung giờ cao điểm là bao nhiêu để thu nhập trong mỗi bộ phim chiếu lớn nhất ?

**Bài 2:** Một khay inox có dạng hình hộp chữ nhật cao x(dm) và có đáy

là hình vuông cạnh y(dm), mặt trong được làm bằng loại inox 316 an toàn cho sức khỏe con người. Khay đựng đầy thì được nước 4 lít nước để làm đá. Hãy tính x ; y để tổng diện tích các mặt trong của khay là nhỏ nhất.



**Bài 3:** Một khu đất có dạng nửa đường tròn với bán kính 14m. Người ta muốn xây dựng một khu vui chơi hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn. Biết rằng một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc trên đường kính của nửa đường tròn. Tính diện tích của khu vui chơi có thể xây dựng.



**Bài 4:** Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có độ dài đường chéo  $AC = 3\sqrt{3}$ . Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình hộp chữ nhật đã cho. Tìm giá trị lớn nhất của S.

**Bài 5:** Bạn Thành muốn kinh doanh hoa lụa để gây quỹ từ thiện. Chi phí để hoàn thiện một bông hoa lụa là 8 nghìn đồng. Nếu giá bán là 24 nghìn đồng cho mỗi bông hoa, bạn Thành bán được 200 bông hoa lụa. Để bán được nhiều hoa hơn, Thành dự định giảm giá bán và ước tính rằng cứ giảm 1 nghìn đồng cho mỗi bông hoa thì số lượng hoa bán ra tăng thêm 20 bông. Vậy bạn Thành nên bán mỗi bông hoa lụa với giá bao nhiêu để sau khi giảm giá thu được nhuận cao nhất.

----- Hết-----