

Câu 1. (3,0 điểm)

a. Tính giá trị biểu thức $Q = \sqrt{8-4\sqrt{3}} - \sqrt{8+4\sqrt{3}}$.

b. Cho $x = 1 + \sqrt[3]{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = x^5 - 2x^4 + x^3 - 3x^2 + 2020$.

Câu 2. (3,0 điểm) Cho biểu thức $A = \left(\frac{2\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}-1}$. Rút gọn biểu thức A và tìm x để $A = x^{2023} + x^{2024} + 2$.

Câu 3. (2,0 điểm) Cửa hàng bác Tuấn ở thị trấn Xuân Hòa huyện Lập Thạch chuyên bán cá thính (đặc sản của huyện Lập Thạch, tỉnh Vĩnh Phúc). Cửa hàng có hai hình thức đóng thùng, loại I mỗi thùng gồm 10 hộp cá thính và loại II mỗi thùng gồm 5 hộp cá thính. Trong tháng 9 vừa qua cửa hàng bán buôn được 60 thùng cá thính (gồm cả loại I và loại II) thu về tổng cộng 55 triệu đồng. Biết rằng giá bán mỗi thùng cá thính loại I tính theo triệu đồng là một số nguyên dương và gấp đôi giá bán mỗi thùng cá thính loại II. Hỏi giá bán mỗi thùng cá thính loại I là bao nhiêu triệu đồng.

Câu 4. (2,0 điểm) Giải phương trình $x^2 + 4x + 5 = 2\sqrt{2x+3}$.

Câu 5. (2,0 điểm) Cho hai số nguyên a, b thỏa mãn $(a-b)^2 + 1 = 2(a+b)$. Chứng minh a và b là hai số chính phương liên tiếp.

Câu 6. (2,0 điểm) Cho tam giác ABC có trung tuyến $AM = 1 \text{ dm}$ và $\widehat{ABC} = \widehat{CAM}$. Tính độ dài cạnh AB .

Câu 7. (2,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông ở A , có $AB < AC$ và trung tuyến AM ($M \in BC$). Đặt $\widehat{ACB} = \alpha$; $\widehat{AMB} = \beta$. Chứng minh rằng $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \sin \beta$.

Câu 8. (2,0 điểm) Lần lượt lấy trên các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC các điểm P, M, N . Gọi S, S_1, S_2, S_3 lần lượt là diện tích các tam giác ABC, APN, BMP, CMN . Chứng minh rằng:

$$S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \leq \frac{1}{64} \cdot S^3.$$

Câu 9. (1,0 điểm) Cho a, b, c là ba số dương có tổng bằng 3. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{1+b^2} + \frac{b}{1+c^2} + \frac{c}{1+a^2} > \frac{2024}{2023}.$$

Câu 10. (1,0 điểm) Cho một đa giác đều có 2023 đỉnh. Người ta ghi lên mỗi đỉnh của đa giác số 1 hoặc số 2. Biết rằng có 1013 số 1 và 1010 số 2 và các số trên 3 đỉnh liên tiếp bất kỳ không đồng thời bằng nhau. Hãy tính S là tổng của tất cả các tích ba số trên 3 đỉnh liên tiếp của đa giác trên.

—————HẾT—————

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh.....SBD:.....phòng thi.....