

ĐỀ THI SỐ 1
(Đề thi có 01 trang)

Môn: Toán
Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
Ngày thi: /04/2017

ĐỀ BÀI

Câu 1 (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(\frac{x^2}{x^3 - 4x} + \frac{6}{6 - 3x} + \frac{1}{x + 2} \right) : \left(x - 2 + \frac{10 - x^2}{x + 2} \right)$

- a) Rút gọn A;
b) Tìm giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.

Câu 2 (4,0 điểm)

- a) Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức A có giá trị nguyên:

$$A = \frac{3x^2 - 9x + 2}{x - 3}$$

- b) Chứng minh đa thức $x^{2017} + x^{27} + x^2$ chia hết cho đa thức $x^2 + x + 1$.

Câu 3 (4,0 điểm)

- a) Giải phương trình: $2x^2 + 2xy + y^2 + 9 = 6x - |y + 3|$
b) Cho ba số a, b, c thỏa mãn điều kiện $abc = 2017$.

Tính giá trị của biểu thức: $P = \frac{2017a^2bc}{ab + 2017a + 2017} + \frac{ab^2c}{bc + b + 2017} + \frac{abc^2}{ac + c + 1}$

Câu 4 (5,0 điểm)

- a) Giải phương trình sau: $\frac{|x+3|}{4} - \frac{|x-4|}{9} = \frac{1}{2} - \frac{x+5}{36}$
b) Cho $ab \geq 1$. Chứng minh rằng: $\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} \geq \frac{2}{1+ab}$

Câu 5 (5,0 điểm)

Cho hình vuông EFGH. Từ E, vẽ góc vuông xEy sao cho cạnh Ex cắt các đường thẳng FG và GH theo thứ tự ở M và N, còn cạnh Ey cắt hai đường thẳng trên lần lượt ở P và Q.

- a) Chứng minh rằng các tam giác EMQ và ENP là các tam giác vuông cân;
b) Đường thẳng QM cắt NP ở R. Gọi I và K theo thứ tự là trung điểm của PN và QM. Tứ giác EKRI là hình gì? Vì sao?
c) Chứng minh bốn điểm F, H, K, I thẳng hàng.

-----**Hết**-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI SỐ 1
(Gồm 04 trang)

Môn: Toán

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: /04/2017

Câu	Ý	Đáp án	Thang điểm
Câu 1 (2,0 điểm)	a	ĐKXD: $x \neq -2, x \neq 2, x \neq 0$	0,25
		$A = \left[\frac{x}{(x-2)(x+2)} - \frac{2}{x-2} + \frac{1}{x+2} \right] : \frac{6}{x+2}$	0,25
		$= \frac{x-2(x+2)+x-2}{(x+2)(x-2)} : \frac{6}{x+2}$	0,25
		$= \frac{-6}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{x+2}{6}$	0,25
		$= \frac{-1}{x-2} = \frac{1}{2-x}$	0,25
	b	$A \in \mathbb{Z} \Rightarrow x-2$ là ước của 1 mà $U(1) = \{-1; 1\}$	0,25
		$\Rightarrow x = 3$ (TM), $x = 1$ (TM)	0,25
		Vậy $x = 3, x = 1$ thì A có giá trị nguyên.	0,25

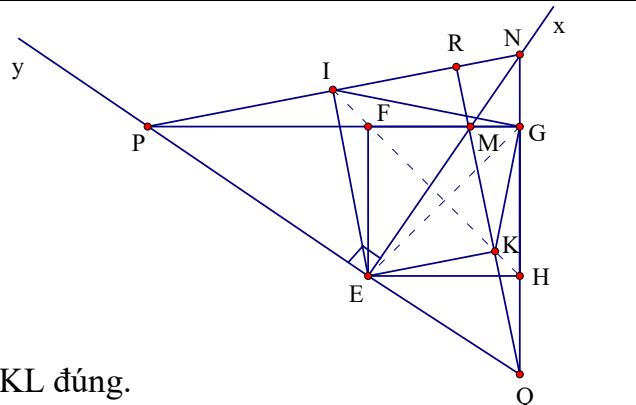
Câu	Ý	Đáp án	Thang điểm
Câu 2 (4,0 điểm)	a	Ta có: $A = \frac{3x^2 - 9x + 2}{x-3} = \frac{3x(x-3) + 2}{x-3}, (x \neq 3)$	0,25
		$A = 3x + \frac{2}{x-3}$	0,25
		Với $x \in \mathbb{Z}$ thì $3x \in \mathbb{Z}$ và $x-3 \in \mathbb{Z}$. Để $A \in \mathbb{Z}$ thì $x-3$ là ước của 2	0,25
		$x-3=1$ hoặc $x-3=-1$ $\Leftrightarrow x=4$ hoặc $\Leftrightarrow x=2$	0,5
		$x-3=2$ hoặc $x-3=-2$ $\Leftrightarrow x=5$ hoặc $\Leftrightarrow x=1$	0,5
		Vậy với $x = 4, x = 2, x = 5, x = 1$ thì A nhận giá trị nguyên.	0,25
	b	$x^{2017} + x^{27} + x^2 = x^{2017} - x + x^{27} - 1 + x^2 + x + 1$	0,25
		$= x(x^{2016} - 1) + (x^{27} - 1) + (x^2 + x + 1)$	0,25
		Vậy để $x^{2017} + x^{27} + x^2 : (x^2 + x + 1)$ ta cần chứng minh	0,25
		$(x^{2016} - 1) : (x^2 + x + 1)$ và $x^{27} - 1 : (x^2 + x + 1)$.	0,25
		$(x^{2016} - 1) = (x^3)^{672} - 1 = (x^3 - 1)[(x^3)^{671} + (x^3)^{670} + \dots + 1]$	0,25
		$= (x-1)(x^2 + x + 1)[(x^3)^{671} + (x^3)^{670} + \dots + 1] : x^2 + x + 1$	0,25
		$x^{27} - 1 = (x^3)^9 - 1 = (x^3 - 1)[(x^3)^8 + (x^3)^7 + \dots + 1]$	0,25

		$=(x-1)(x^2+x+1)\left[(x^3)^8+(x^3)^7+\dots+1\right]:x^2+x+1$	0,25
		Vậy $x^{2017}+x^{27}+x^2:(x^2+x+1)$	0,25

Câu	Ý	Đáp án	Thang điểm
Câu 3 (4,0 điểm)	a	$2x^2+2xy+y^2+9=6x- y+3 $ $\Leftrightarrow 2x^2+2xy+y^2+9-6x+ y+3 =0$	0,25
		$\Leftrightarrow (x^2+2xy+y^2)+(x^2-6x+9)+ y+3 =0$	0,25
		$\Leftrightarrow (x+y)^2+(x-3)^2+ y+3 =0 \quad (1)$	0,25
		Vì $(x+y)^2 \geq 0, (x-3)^2 \geq 0, y+3 \geq 0$ với mọi x, y	0,5
		nên $(x+y)^2+(x-3)^2+ y+3 \geq 0$ với mọi x, y	0,25
		Vậy (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=0 \\ x-3=0 \\ y+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-3 \end{cases}$	0,25
		Vậy phương trình có nghiệm (x; y) = (3; -3)	0,25
	b	$P = \frac{2017a^2bc}{ab+2017a+2017} + \frac{ab^2c}{bc+b+2017} + \frac{abc^2}{ac+c+1}$ $= abc \cdot \left(\frac{2017a}{ab+2017a+2017} + \frac{b}{bc+b+2017} + \frac{c}{ac+c+1} \right)$	0,5
		Thay abc = 2017 vào P ta có: $P = abc \cdot \left(\frac{abca}{ab+abca+abc} + \frac{b}{bc+b+abc} + \frac{c}{ac+c+1} \right)$	0,5
		$= abc \cdot \left[\frac{abca}{ab \cdot (1+ac+c)} + \frac{b}{b \cdot (c+1+ac)} + \frac{c}{ac+c+1} \right]$	0,5
		$= abc \cdot \left(\frac{ac}{ac+c+1} + \frac{1}{ac+c+1} + \frac{c}{ac+c+1} \right) = abc \cdot \frac{ac+c+1}{ac+c+1} = abc = 2017$	0,5

Câu	Ý	Đáp án	Thang điểm
Câu 4 (5,0 điểm)	a	* Nếu $x < -3$ ta có: $\frac{ x+3 }{4} - \frac{ x-4 }{9} = \frac{1}{2} - \frac{x+5}{36} \Leftrightarrow -\frac{x+3}{4} + \frac{x-4}{9} = \frac{1}{2} - \frac{x+5}{36}$	0,25
		$\Leftrightarrow -9(x+3)+4(x-4)=18-(x+5)$	0,25
		$\Rightarrow x = -14$. Thỏa mãn điều kiện	0,25
		* Nếu $-3 \leq x \leq 4$ $\frac{ x+3 }{4} - \frac{ x-4 }{9} = \frac{1}{2} - \frac{x+5}{36} \Leftrightarrow \frac{x+3}{4} + \frac{x-4}{9} = \frac{1}{2} - \frac{x+5}{36}$	0,25
		$\Leftrightarrow 14x = 2$	0,25
		$\Rightarrow x = \frac{1}{7}$ Thỏa mãn điều kiện	0,25

		* Nếu $x > 4$ Ta có: $\frac{ x+3 }{4} - \frac{ x-4 }{9} = \frac{1}{2} - \frac{x+5}{36} \Leftrightarrow \frac{x+3}{4} - \frac{x-4}{9} = \frac{1}{2} - \frac{x+5}{36}$	0,25
		$\Leftrightarrow 6x = -30$	0,25
		$\Rightarrow x = -5$ Không thỏa mãn	0,25
		Vậy tập nghiệm của phương trình: $\left\{-14; \frac{1}{7}\right\}$	0,25
	b	$\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} \geq \frac{2}{1+ab} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{1+a^2} - \frac{1}{1+ab}\right) + \left(\frac{1}{1+b^2} - \frac{1}{1+ab}\right) \geq 0$	0,25
		$\Leftrightarrow \frac{1+ab-1-a^2}{(1+a^2)(1+ab)} + \frac{1+ab-1-b^2}{(1+b^2)(1+ab)} \geq 0$	0,25
		$\Leftrightarrow \frac{a(b-a)(1+b^2) + b(a-b)(1+a^2)}{(1+a^2)(1+ab)(1+b^2)} \geq 0$	0,25
		$\forall i \quad ab \geq 1 \text{ nên } (1+a^2)(1+ab)(1+b^2) > 0$	0,25
		$\Rightarrow a(b-a)(1+b^2) + b(a-b)(1+a^2) \geq 0$	0,25
		$\Leftrightarrow (a-b)[-a(1+b^2) + b(1+a^2)] \geq 0$	0,25
		$\Leftrightarrow (a-b)(-a-ab^2+b+ba^2) \geq 0$	0,25
		$\Leftrightarrow (a-b)[ab(a-b) - (a-b)] \geq 0$	0,25
		$\Leftrightarrow (a-b)^2(ab-1) \geq 0$	0,25
		Bất đẳng thức đúng vì: $(a-b)^2 \geq 0, ab-1 \geq 0$	0,25
		Do đó $\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} \geq \frac{2}{1+ab}$ với $ab \geq 1$	0,25

Câu	Ý	Đáp án	Thang điểm
Câu 5 (5,0 điểm)		 Vẽ hình, ghi GT/KL đúng.	0,25
	a	$\triangle FEM$ và $\triangle HEQ$ có: $\widehat{F} = \widehat{H} = 90^\circ$, $FE = HE$, $\widehat{FEM} = \widehat{HEQ} = 90^\circ - \widehat{MEH}$	0,5
		$\Rightarrow \triangle FEM = \triangle HEQ$ (g.c.g)	0,25
		$\Rightarrow EM = EQ$ mà $\widehat{MEQ} = 90^\circ$	0,25
		$\Rightarrow \triangle EMQ$ vuông cân	0,25
		Chứng minh tương tự: $\triangle FEP = \triangle HEN \Rightarrow EP = EN$ mà $\widehat{PEN} = 90^\circ$	0,5

		$\Rightarrow \Delta ENP$ vuông cân	0,25
	b	ΔEMQ và ΔENP cân có EK, EI là các đường trung tuyến $\Rightarrow EK \perp MQ, EI \perp PN$	0,25
		$\Rightarrow \widehat{EIR} = \widehat{EKR} = 90^0$ (1)	0,25
		ΔNPQ có $NE \perp PQ, PG \perp QN$ và $PG \cap NE = \{M\}$	0,25
		$\Rightarrow M$ là trực tâm của ΔNPQ	0,25
		$\Rightarrow MQ \perp PN$ tại R	0,25
		$\Rightarrow \widehat{KRI} = 90^0$ (2)	0,25
		Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ Tứ giác $EIRK$ là hình chữ nhật	0,25
	c	EI và GI là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền PN của các tam giác vuông ENP và $GNP \Rightarrow EI = GI$ (3)	0,25
		EK và GK là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền QM của các tam giác vuông EMQ và $GMQ \Rightarrow EK = GK$ (4)	
		Từ (3) và (4) $\Rightarrow IK$ là đường trung trực của đoạn thẳng EG	0,25
		mặt khác FH là đường trung trực của đoạn thẳng EG (vì $EFGH$ là hình vuông)	0,25
		$\Rightarrow$ bốn điểm I, F, K, H thẳng hàng.	0,25

Lưu ý:

- Điểm bài thi là tổng điểm của các câu thành phần. Thang điểm toàn bài là 20 điểm, không được làm tròn (điểm lẻ từng ý trong một câu nhỏ nhất là 0,25).

- Thí sinh làm bài bằng cách khác, lập luận chặt chẽ, logic, ra kết quả đúng vẫn cho điểm tối đa.

-----Hết-----