

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: TOÁN 9

Thời gian làm bài: 60 phút
(Không kể thời gian giao đề)
(Đề bài gồm 01 trang)

Bài 1 (2,0 điểm). Thực hiện phép tính và rút gọn các biểu thức sau:

1) $A = \left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{50}{3}} - \sqrt{24} \right) \cdot \sqrt{6}$

2) $B = \left(\frac{\sqrt{14} - \sqrt{7}}{\sqrt{2} - 1} + \frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} - 1} \right) : \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$

Bài 2 (2,5 điểm). Giải các phương trình sau:

1) $\sqrt{3x} - 5\sqrt{12x} + 7\sqrt{27x} = 12$

2) $\sqrt[3]{x^2 + 2} = 3$

Bài 3 (2,0 điểm).

Cho biểu thức $A = \frac{x+7}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x-\sqrt{x}-3}{x-9}$ với $x > 0; x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 1,44$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \frac{1}{B} + A$.

Bài 4 (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $BC = 8\text{cm}$, $BH = 2\text{cm}$.

1) Tính độ dài các đoạn thẳng AB, AC, AH;

2) Trên cạnh AC lấy điểm K ($K \neq A$, $K \neq C$), gọi D là hình chiếu của A trên BK. Chứng minh rằng: $BD \cdot BK = BH \cdot BC$;

3) Chứng minh rằng: $S_{BHD} = \frac{1}{4} S_{BKC} \cos^2 \widehat{ABD}$.

Bài 5 (0,5 điểm).

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $K = \sqrt{5x+6\sqrt{5x-9}} + \sqrt{5x-6\sqrt{5x-9}}$

-----Hết-----

(Giám thị không giải thích gì thêm)

Họ tên học sinh.....Số báo danh.....

Họ tên giám thị.....Chữ ký.....

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1: 1) $A = \left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{50}{3}} - \sqrt{24} \right) \cdot \sqrt{6}$

$$A = \left(\frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{5\sqrt{6}}{3} - 2\sqrt{6} \right) \cdot \sqrt{6}$$

$$A = \left(\frac{6\sqrt{6}}{3} - 2\sqrt{6} \right) \cdot \sqrt{6}$$

$$A = (2\sqrt{6} - 2\sqrt{6}) \cdot \sqrt{6}$$

$$A = 0 \cdot \sqrt{6} = 0.$$

2) $B = \left(\frac{\sqrt{14} - \sqrt{7}}{\sqrt{2} - 1} + \frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} - 1} \right) : \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$

$$B = \left(\frac{\sqrt{7}(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2} - 1} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{3} - 1} \right) : \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$$

$$B = (\sqrt{7} + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{5})$$

$$B = 7 - 5 = 2.$$

Bài 2: 1) ĐKXD: $x \geq 0$.

$$\sqrt{3x} - 5\sqrt{12x} + 7\sqrt{27x} = 12$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3x} - 5 \cdot 2\sqrt{3x} + 7 \cdot 3\sqrt{3x} = 12$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3x} - 10\sqrt{3x} + 21\sqrt{3x} = 12$$

$$\Leftrightarrow 12\sqrt{3x} = 12$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3x} = 1$$

$$\Leftrightarrow 3x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3} > 0 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$.

2) $\sqrt[3]{x^2 + 2} = 3$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2 = 27 \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x = \pm 5.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{\pm 5\}$.

Bài 3: a) Thay $x = 1,44$ (tmđk) vào biểu thức A ta được:

$$A = \frac{1,44 + 7}{\sqrt{1,44}} = \frac{8,44}{1,2} = \frac{211}{30}.$$

Vậy tại $x = 1,44$ thì $A = \frac{211}{30}$.

b) ĐKXD: $x > 0$; $x \neq 9$.

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x-\sqrt{x}-3}{x-9}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) + (2\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3) - 2x + \sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{x-3\sqrt{x}+2x+6\sqrt{x}-\sqrt{x}-3-2x+\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}.$$

c) ĐKXĐ: $x > 0$; $x \neq 9$.

$$S = \frac{1}{B} + A = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} + \frac{x+7}{\sqrt{x}} = \frac{x+\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x}} + 1.$$

Vì $\sqrt{x} > 0$; $\frac{4}{\sqrt{x}} > 0$ nên áp dụng bất đẳng thức Côsi cho hai số dương $\sqrt{x}$ và $\frac{4}{\sqrt{x}}$, ta được:

$$\sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{\sqrt{x} \cdot \frac{4}{\sqrt{x}}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x}} \geq 2.2$$

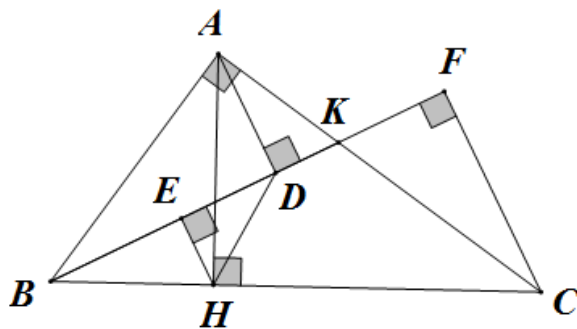
$$\Rightarrow \sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x}} \geq 4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x}} + 1 \geq 5.$$

Dấu "=" xảy ra khi $\sqrt{x} = \frac{4}{\sqrt{x}} \Rightarrow x = 4$ (thỏa mãn).

Vậy GTNN của S là 5 đạt được khi $x = 4$.

Bài 4:



1) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A ; đường cao AH .

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$AB^2 = BH.BC = 2.8 = 16 \Rightarrow AB = 4 \text{ cm}$$

$$AC^2 = HC.BC = (BC - BH).BC = 6.8 = 48 \Rightarrow AC = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$AH^2 = HB.HC \Rightarrow AH = 2\sqrt{3} \text{ cm}.$$

2) Xét tam giác vuông ABK , đường cao AD ta có: $AB^2 = BD.BK$ (1)

Xét tam giác vuông ABC , đường cao AH ta có: $AB^2 = BH.BC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BD.BK = BH.BC = AB^2$ (đpcm).

3) Gọi E là hình chiếu của H lên BD , F là hình chiếu của C lên BK . Ta có

$$\frac{S_{BHD}}{S_{BKC}} = \frac{\frac{1}{2}.HE.BD}{\frac{1}{2}.CF.BK} = \frac{HE}{CF} \cdot \frac{BD}{BK} = \frac{BH}{BC} \cdot \frac{BD}{BK} = \frac{BH}{BC} \cdot \frac{BD.BK}{BK^2} = \frac{BH}{BC} \cdot \frac{BA^2}{BK^2} = \frac{1}{4} \cos^2 \widehat{ABD}$$

$$\Rightarrow S_{BHD} = \frac{1}{4} S_{BKC} \cos^2 \widehat{ABD}.$$

Bài 5: ĐKXD: $x \geq \frac{9}{5}$

Với $x \geq \frac{9}{5}$ ta có:

$$K = \sqrt{(\sqrt{5x-9}+3)^2} + \sqrt{(3-\sqrt{5x-9})^2}$$

$$K = \sqrt{5x-9} + 3 + |3 - \sqrt{5x-9}|.$$

Với $x \geq \frac{9}{5}$ ta có:

$$|3 - \sqrt{5x-9}| \geq 3 - \sqrt{5x-9}$$

$$\Rightarrow \sqrt{5x-9} + 3 + |3 - \sqrt{5x-9}| \geq \sqrt{5x-9} + 3 + 3 - \sqrt{5x-9}$$

$$\Rightarrow K \geq 6.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow 3 - \sqrt{5x-9} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{5x-9} \leq 3$$

$$\Leftrightarrow 5x-9 \leq 9$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{18}{5}.$$

$$\text{Mà } x \geq \frac{9}{5} \text{ nên } \frac{9}{5} \leq x \leq \frac{18}{5}.$$

Vậy K có giá trị nhỏ nhất là 6 đạt được khi và chỉ khi $\frac{9}{5} \leq x \leq \frac{18}{5}$.

HẾT