

(Đề thi gồm 01 trang)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho biểu thức $A = \frac{2x-9}{x^2-5x+6} - \frac{x+3}{x-2} - \frac{2x+4}{3-x}$

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tìm các số nguyên x để biểu thức A nhận giá trị là một số nguyên.

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $P = x^2 - y^2 + 2x - 4y - 3$.

b) Cho số a thỏa mãn: $a^4 - 14a^2 + 9 = 0$. Tính giá trị biểu thức:

$$Q = a^5 + 2a^4 - 14a^3 - 28a^2 + 9a + 19.$$

Câu 3 (2,0 điểm).

a) Giải phương trình: $x^2 + \frac{9x^2}{(x+3)^2} = 40$.

b) Tìm giá trị của a, b sao cho đa thức $f(x) = ax^3 + bx^2 + 10x - 4$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^2 + x - 2$

Câu 4 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A ($AC > AB$), đường cao AH ($H \in BC$). Trên tia HC lấy điểm D sao cho $HD = HA$. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E.

a) Chứng minh: $CB \cdot CD = CE \cdot CA$.

b) Cho $AB = m$ (với $m > 0$). Tính độ dài đoạn BE theo m .

c) Gọi M là trung điểm của đoạn BE. Tia AM cắt BC tại G.

$$\text{Chứng minh: } \frac{GB}{BC} = \frac{HD}{AH + HC}.$$

Câu 5 (1,0 điểm). Cho 2 số không âm a, b thỏa mãn: $a^2 + b^2 \leq a + b$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $S = 5 + \left(\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} \right)^4$.

----- **Hết** -----

Họ tên thí sinh:

Chữ ký của cán bộ coi thi số 1

Số báo danh:Phòng thi số:

I. Hướng dẫn chung.

1. Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì cho đủ điểm từng phần như hướng dẫn quy định. Đối với bài hình học, nếu HS có lời giải đúng nhưng không vẽ hình hoặc vẽ hình sai thì không được điểm.

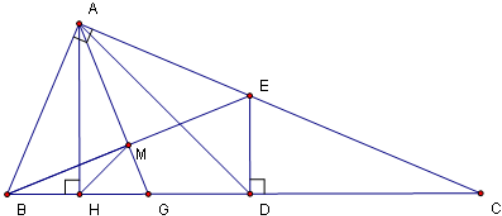
2. Việc chi tiết hoá thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không sai lệch với hướng dẫn chấm và được thống nhất thực hiện trong hội đồng chấm thi.

3. Không làm tròn điểm dưới mọi hình thức.

II. Hướng dẫn cụ thể.

CÂU	Nội dung	Điểm										
CÂU 1 (2,0 điểm)	Cho biểu thức $A = \frac{2x-9}{x^2-5x+6} - \frac{x+3}{x-2} - \frac{2x+4}{3-x}$ a) Rút gọn biểu thức A . b) Tìm các số nguyên x để biểu thức A nhận giá trị là một số nguyên.											
	a) + ĐKXD: $x \neq 2; 3$ $A = \frac{2x-9-(x+3)(x-3)+(2x+4)(x-2)}{(x-2)(x-3)}$	0,5										
	$A = \frac{x^2+2x-8}{(x-2)(x-3)}$	0,25										
	$A = \frac{(x+4)(x-2)}{(x-2)(x-3)} = \frac{x+4}{x-3}$	0,25										
	b) $A = \frac{x+4}{x-3} = 1 + \frac{7}{x-3}$	0,25										
	Với x nguyên Để A nguyên thì $\frac{7}{x-3}$ là số nguyên $\Rightarrow (x-3) \in U(7) = \{\pm 1; \pm 7\}$	0,25										
	Ta có bảng sau: <table><tr><td>$x-3$</td><td>1</td><td>-1</td><td>7</td><td>-7</td></tr><tr><td>x</td><td>4</td><td>2</td><td>10</td><td>-4</td></tr></table>	$x-3$	1	-1	7	-7	x	4	2	10	-4	0,25
	$x-3$	1	-1	7	-7							
x	4	2	10	-4								
So sánh điều kiện bài toán ta có $x \in \{4; 10; -4\}$	0,25											
CÂU 2 (2,0 điểm)	a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $P = x^2 - y^2 + 2x - 4y - 3$. b) Cho số a thỏa mãn: $a^4 - 14a^2 + 9 = 0$. Tính giá trị biểu thức: $Q = a^5 + 2a^4 - 14a^3 - 28a^2 + 9a + 19$.											
	a) Ta có: $P = x^2 - y^2 + 2x - 4y - 3$											

	$= (x^2 + 2x + 1) - (y^2 + 4y + 4)$	0,25
	$= (x + 1)^2 - (y + 2)^2$	0,25
	$= (x + 1 + y + 2)(x + 1 - y - 2)$	0,25
	$= (x + y + 3)(x - y - 1)$	0,25
	b) $Q = a^5 + 2a^4 - 14a^3 - 28a^2 + 9a + 19$ $= (a^5 + 2a^4) - (14a^3 + 28a^2) + (9a + 18) + 1$	0,25
	$= a^4(a + 2) - 14a^2(a + 2) + 9(a + 2) + 1$	0,25
	$= (a + 2)(a^4 - 14a^2 + 9) + 1$	0,25
	Do $a^4 - 14a^2 + 9 = 0$ nên thay vào Q ta có: $Q = (a + 2).0 + 1 = 1$	0,25
CÂU 3 (2,0 điểm)	a) Giải phương trình: $x^2 + \frac{9x^2}{(x+3)^2} = 40$.	
	b) Tìm giá trị của a, b sao cho đa thức $f(x) = ax^3 + bx^2 + 10x - 4$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^2 + x - 2$	
	a) ĐKXD: $x \neq -3$ Khi đó pt $\Leftrightarrow x^2 - 2x \cdot \frac{3x}{x+3} + \left(\frac{3x}{x+3}\right)^2 + 2x \cdot \frac{3x}{x+3} = 40$ $\Leftrightarrow \left(x - \frac{3x}{x+3}\right)^2 + 6 \frac{x^2}{x+3} = 40$ $\Leftrightarrow \left(\frac{x^2}{x+3}\right)^2 + 6 \frac{x^2}{x+3} - 40 = 0$	0,25
	Đặt $t = \frac{x^2}{x+3}$, ta có: $t^2 + 6t - 40 = 0 \Leftrightarrow (t - 4)(t + 10) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = -10 \end{cases}$	0,25
	+ Với $t = 4$, ta có: $\frac{x^2}{x+3} = 4$ $\Rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 6 \end{cases}$ (TM ĐKXD)	0,25
	+ Với $t = -10$, ta có: $\frac{x^2}{x+3} = -10$ $\Rightarrow x^2 + 10x + 30 = 0 \Leftrightarrow (x + 5)^2 + 5 = 0$ (vô nghiệm) Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-2; 6\}$	0,25
	b) Ta có: $g(x) = x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$ Vì $f(x) = ax^3 + bx^2 + 10x - 4$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^2 + x - 2$ Nên tồn tại một đa thức $q(x)$ sao cho $f(x) = g(x).q(x)$ $\rightarrow ax^3 + bx^2 + 10x - 4 = (x + 2).(x - 1).q(x)$	0,25
	+ Với $x = 1 \Rightarrow a + b + 6 = 0 \Rightarrow b = -a - 6$ (1)	0,25
	+ Với $x = -2 \Rightarrow 2a - b + 6 = 0 \Rightarrow b = 2a + 6$ (2)	0,25
	Thay (1) vào (2). Ta có: $a = -4$ và $b = -2$ Vậy $a = -4, b = -2$.	0,25

CÂU 4 (3,0 điểm)	Cho tam giác ABC vuông tại A ($AC > AB$), đường cao AH ($H \in BC$). Trên tia HC lấy điểm D sao cho $HD = HA$. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E. a) Chứng minh: $CB \cdot CD = CE \cdot CA$. b) Cho $AB = m$ (với $m > 0$). Tính độ dài đoạn BE theo m. c) Gọi M là trung điểm của đoạn BE. Tia AM cắt BC tại G. Chứng minh: $\frac{GB}{BC} = \frac{HD}{AH + HC}$.	
	 Vẽ hình đúng	0,25
	a) $\triangle CDE$ đồng dạng $\triangle CAB$ (g-g)	0,25
	$\Rightarrow \frac{CD}{CE} = \frac{CA}{CB}$	0,25
	$\Rightarrow CB \cdot CD = CE \cdot CA$	0,25
	b) Xét $\triangle ADC$ và $\triangle BEC$ có: $\widehat{C}$ chung và $\frac{CD}{CE} = \frac{CA}{CB}$ $\Rightarrow \triangle ADC$ đồng dạng $\triangle BEC$ (c.g.c).	0,25
	$\Rightarrow \widehat{BEC} = \widehat{ADC} = 135^\circ$ (vì tam giác AHD vuông cân tại H theo giả thiết).	0,25
	Nên $\widehat{AEB} = 45^\circ$. Do đó tam giác ABE vuông cân tại A.	0,25
	Suy ra: $BE = AB\sqrt{2} = m\sqrt{2}$	0,25
	c) Tam giác ABE vuông cân tại A có AM là đường trung tuyến nên tia AM đồng thời là phân giác của góc BAC. $\Rightarrow \frac{GB}{GC} = \frac{AB}{AC}$ (Tính chất đường phân giác của tam giác)	0,25
	Ta có: $\frac{AB}{AC} = \frac{ED}{DC}$ ($\triangle ABC \sim \triangle DEC$) Lại có: $ED \parallel AH \Rightarrow \frac{AH}{HC} = \frac{ED}{CD} \Rightarrow \frac{ED}{DC} = \frac{HD}{HC}$ (do $AH = HD$)	0,25
	Do đó: $\frac{GB}{GC} = \frac{HD}{HC}$	0,25
	$\Rightarrow \frac{GB}{GB + GC} = \frac{HD}{HD + HC} \Rightarrow \frac{GB}{BC} = \frac{HD}{AH + HC}$	0,25
CÂU 5 (1,0 điểm)	Cho 2 số không âm a, b thỏa mãn: $a^2 + b^2 \leq a + b$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $S = 5 + \left(\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} \right)^4$.	
	Ta có: $a^2 + 1 \geq 2a, b^2 + 1 \geq 2b \Rightarrow a^2 + b^2 + 2 \geq 2(a + b)$ Mà: $a^2 + b^2 \leq a + b \Rightarrow a + b \leq 2$	0,25
	Mặt khác với x, y là 2 số dương ta có: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x + y}$	

	Do đó: $0 \leq \frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} = 1 - \frac{1}{a+1} + 1 - \frac{1}{b+1} = 2 - \left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} \right) \leq 2 - \frac{4}{a+b+2} \leq 1$	0,25
	Suy ra: $\left(\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} \right)^4 \leq 1 \Rightarrow 5 + \left(\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} \right)^4 \leq 5 + 1 \Rightarrow S \leq 6$	0,25
	Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi: $a = b = 1$. Vậy giá trị lớn nhất của $S = 6$. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi: $a = b = 1$.	0,25