

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi có 01 trang)

Câu 1. (3,0 điểm)

a) Tính $A = \sqrt{6 - \sqrt{20}} + \sqrt{5 + \sqrt{24}} - \sqrt{7 + \sqrt{40}}$.

b) Số tiền mua một máy tính và một bộ sách là 850 nghìn đồng. Nếu lấy số tiền mua máy tính đem chia cho số tiền mua bộ sách thì được thương là 2 và số dư là 100 nghìn đồng. Hỏi giá mỗi chiếc máy tính và giá mỗi bộ sách là bao nhiêu?

c) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + \sqrt{y^2} = 0 \\ y + \sqrt{z^2} = 0 \\ z + \sqrt{x^2} = 2024. \end{cases}$$

Câu 2. (1,5 điểm) Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1} + \frac{\sqrt{a} - 1}{\sqrt{a}} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt{a}} \right)$.

a) Tìm điều kiện của a để biểu thức P có nghĩa và rút gọn P.

b) Tìm tất cả các giá trị thực của a để P nhận giá trị nguyên dương.

Câu 3. (1,5 điểm) Trên mặt phẳng tọa độ, cho đường thẳng $y = mx - 2m + 4$ (d), với m là tham số và O là gốc tọa độ.

a) Tìm tọa độ điểm A cố định mà đường thẳng (d) luôn đi qua với mọi m.

b) Với mỗi giá trị của m, gọi R là bán kính của đường tròn tâm O tiếp xúc (d). Tìm m để bán kính R lớn nhất.

Câu 4. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A nội tiếp đường tròn (O). Lấy điểm M bất kì trên cạnh AC (M khác A và C) và gọi D là trung điểm của đoạn thẳng MC. Tia BM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E. Chứng minh rằng khi M thay đổi, đường thẳng DE luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

Câu 5. (2,5 điểm) Cho hình vuông ABCD có M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AB, CD. Gọi H là hình chiếu của B lên đường thẳng CM và E là trung điểm của đoạn thẳng CH.

a) Chứng minh rằng $DE \parallel BH$ và AN là đường phân giác góc EAD.

b) Gọi G là giao điểm của DH và AE, T là giao điểm của AN và BH. Chứng minh rằng MC là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác GDT.

Câu 6. (0,5 điểm) Trong một cuộc thi, Giám khảo giao nhiệm vụ cho đội của hai bạn Giáp và Thìn như sau: "Bạn Giáp nghĩ và viết ra giấy bảy số tự nhiên khác nhau có tổng bằng 2024, bí mật gửi cho Giám khảo và chỉ nói với bạn Thìn số lớn thứ tư trong bảy số này. Sau đó bạn Thìn phải đoán ra tất cả các số bạn Giáp đã viết.". Hỏi bạn Giáp phải viết ra những số nào để đội của các bạn Giáp, Thìn thắng trong cuộc thi đó, vì sao?

— Hết —