

PHẦN ĐẠI SỐ

Dạng 1: Bài toán rút gọn và các câu hỏi phụ

Bài 1: Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} + \frac{5\sqrt{x} + 2}{4 - x}$

1. Rút gọn P

2. Tính giá trị của P khi:

a) $x = 9$ b) $x = 7 - \sqrt{48}$ c) $x = \sqrt{11 + 6\sqrt{2}} + \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$

d) x là giá trị làm cho biểu thức $Q = -x + 3\sqrt{x} + 5$ đạt giá trị lớn nhất.

3. Tìm x để:

a) $P = \frac{1}{2}$ b) $P > 2$ c) $P \leq 1$

4. Tìm x nguyên để P nguyên.

5. Tìm GTNN của P

Bài 2: Cho hai biểu thức $C = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{x - 2\sqrt{x}}{x - 1}$ và $B = \frac{4\sqrt{x}}{x - 1}$

a) Rút gọn C

b) Tính giá trị của B tại $x = 7 - 4\sqrt{3}$

c) Tìm x để $A = \frac{3}{4}$ với $A = C : B$

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của A

Bài 3: Cho hai biểu thức $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{3\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{3\sqrt{x} + 1} - \frac{8\sqrt{x}}{1 - 9x}$ và $C = \frac{3}{3\sqrt{x} + 1}$

a) Rút gọn B b) Tính giá trị của C tại $x = \frac{1}{6 + 2\sqrt{5}}$ c) Tìm x để $A \leq 1$ với $A = B : C$.

Bài 4: Cho biểu thức $A = \frac{3\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{3\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{3\sqrt{x} + 1} + \frac{8\sqrt{x}}{9x - 1}$ với $x > 0; x \neq \frac{1}{9}$

a) Tính giá trị của biểu thức A tại $x = 4$

b) Rút gọn biểu thức $P = A.B$

c) Tìm x nguyên sao cho biểu thức $\frac{1}{P}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó.

Bài 5. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$ và $B = \left(\sqrt{x} - \frac{3x + 1}{x + 3\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 1}$ (Với $x > 0; x \neq 1$)

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của $M = A.B$ với $x > 1$.

Bài 6. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2}$ và $B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 2} - \frac{4x}{4 - x}$ với $x \geq 0; x \neq 4$

a) Tính giá trị của biểu thức A tại $x = 6 + 2\sqrt{5}$

b) Rút gọn biểu thức B

c) Tìm các giá trị của x để biểu thức $P = \frac{B}{A}$ nhận giá trị nguyên

Dạng 2: Giải hệ phương trình – Giải và biện luận hệ phương trình

Bài 7: Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{aligned} 1) & \begin{cases} (3x+2)(2y-3)=6xy; \\ (4x+5)(y-5)=4xy; \end{cases} & 2) & \begin{cases} (2x-3)(2y+4)=4x(y-3)+54; \\ (x+1)(3y-3)=3y(x+1)-12; \end{cases} \\ 3) & \begin{cases} \frac{2y-5x}{3}+5=\frac{y+27}{4}-2x; \\ \frac{x+1}{3}+y=\frac{6y-5x}{7}; \end{cases} & 4) & \begin{cases} \frac{7x+5y-2}{x+3y}=-8; \\ \frac{6x-3y+10}{5x+6y}=5 \end{cases} \end{aligned}$$

Bài 8: Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{aligned} 1) & \begin{cases} \frac{2}{x+2y}+\frac{1}{y+2x}=3; \\ \frac{4}{x+2y}-\frac{3}{y+2x}=1; \end{cases} & 2) & \begin{cases} \frac{3x}{x+1}-\frac{2}{y+4}=4; \\ \frac{2x}{x+1}-\frac{5}{y+4}=9; \end{cases} & 3) & \begin{cases} \frac{x+1}{x-1}+\frac{3y}{y+2}=7; \\ \frac{2}{x-1}-\frac{5}{y+2}=4; \end{cases} \\ 4) & \begin{cases} 2(x^2-2x)+\sqrt{y+1}=0; \\ 3(x^2-2x)-2\sqrt{y+1}+7=0; \end{cases} & 5) & \begin{cases} 5|x-1|-3|y+2|=7; \\ 2\sqrt{4x^2-8x+4}+5\sqrt{y^2+4y+4}=13. \end{cases} \end{aligned}$$

Bài 9: Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx-y=m \\ x+y=2 \end{cases}$ (m là tham số)

- Giải hệ với $m=1$
- Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất, tính nghiệm đó.
- Tìm tất cả các số nguyên m để hệ có nghiệm duy nhất x, y là các số nguyên.

Bài 10: Cho hệ phương trình $\begin{cases} ax+y=3 \\ 4x+ay=6 \end{cases}$ (a là tham số)

- Tìm a để hệ có nghiệm.
- Tìm a để hệ có nghiệm duy nhất thỏa mãn $x > 1, y > 0$.

Bài 11: Cho hệ phương trình $\begin{cases} (a+1)x-y=a+1 \\ x+(a-1)y=2 \end{cases}$ (a là tham số)

- Tìm a để hệ có nghiệm duy nhất (x; y) sao cho $x+2y=2$
- Tìm a để hệ có nghiệm duy nhất (x; y) sao cho $x+y$ nhỏ nhất.

Dạng 3: Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

1) Toán chuyển động

Bài 1: Một ô tô đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến chậm mất 2 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến sớm hơn 1 giờ. Tính quãng đường AB và thời gian dự định đi lúc đầu.

Bài 2: Một người đi xe máy từ A đến B cách nhau 120 km với vận tốc dự định trước. Sau khi được $\frac{1}{3}$ quãng đường AB người đó tăng vận tốc thêm 10 km/h trên quãng đường còn lại. Tìm vận tốc dự định và thời gian xe lăn bánh trên đường, biết rằng người đó đến B sớm hơn dự định 24 phút.

Bài 3: Một canô xuôi từ bến sông A đến bến sông B với vận tốc 30 km/h, sau đó lại ngược từ B trở về A. Thời gian xuôi ít hơn thời gian đi ngược 1 giờ 20 phút. Tính khoảng cách giữa hai bến A và B. Biết rằng vận tốc dòng nước là 5 km/h và vận tốc riêng của canô lúc xuôi và lúc ngược bằng nhau.

Bài 4: Một canô chạy xuôi dòng và ngược dòng một khúc sông dài 40 km hết tất cả 4 giờ 30 phút. Biết thời gian canô xuôi dòng 5km bằng thời gian canô chạy ngược dòng 4 km. Tính vận tốc dòng nước ?

2) Toán làm chung – làm riêng

Bài 1: Hai người thợ cùng làm chung một công việc trong 7 giờ 12 phút thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 5 giờ và người thứ hai làm trong 6 giờ thì cả hai người chỉ làm được $\frac{3}{4}$ công việc. Hỏi một người làm công việc đó trong mấy giờ thì xong?

Bài 2: Nếu vòi A chảy 2 giờ và vòi B chảy trong 3 giờ thì được $\frac{4}{5}$ hồ. Nếu vòi A chảy trong 3 giờ và vòi B chảy trong 1 giờ 30 phút thì được $\frac{1}{2}$ hồ. Hỏi nếu chảy một mình mỗi vòi chảy trong bao lâu mới đầy hồ ?

Bài 3: Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 6 giờ đầy bể. Nếu mỗi vòi chảy một mình cho đầy bể thì vòi II cần nhiều thời gian hơn vòi I là 5 giờ. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể?

3) Toán liên quan đến tỉ lệ phần trăm.

Bài 1: Trong tháng giêng hai tổ sản xuất được 720 chi tiết máy. Trong tháng hai, tổ I vượt mức 15%, tổ II vượt mức 12% nên sản xuất được 819 chi tiết máy. Tính xem trong tháng giêng mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?.

Bài 2: Năm ngoái tổng số dân của hai tỉnh A và B là 4 triệu người. Dân số tỉnh A năm nay tăng 1,2%, còn tỉnh B tăng 1,1%. Tổng số dân của cả hai tỉnh năm nay là 4 045 000 người. Tính số dân của mỗi tỉnh năm ngoái và năm nay?

4) Toán có nội dung hình học.

Bài 1: Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là 280 m. Người ta làm lối đi xung quanh vườn (thuộc đất trong vườn) rộng 2 m. Tính kích thước của vườn, biết rằng đất còn lại trong vườn để trồng trọt là 4256 m².

Bài 2: Cho một hình chữ nhật. Nếu tăng chiều dài lên 10 m, tăng chiều rộng lên 5 m thì diện tích tăng 500 m². Nếu giảm chiều dài 15 m và giảm chiều rộng 9 m thì diện tích giảm 600 m². Tính chiều dài, chiều rộng ban đầu.

Bài 3: Cho một tam giác vuông. Nếu tăng các cạnh góc vuông lên 2 cm và 3 cm thì diện tích tam giác tăng 50 cm². Nếu giảm cả hai cạnh đi 2 cm thì diện tích sẽ giảm đi 32 cm². Tính hai cạnh góc vuông.

5) Toán về tìm số.

Bài 1: Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, tổng các chữ số bằng 11, nếu đổi chỗ hai chữ số hàng chục và hàng đơn vị cho nhau thì số đó tăng thêm 27 đơn vị.

Bài 2: Nếu tử số của một phân số được tăng gấp đôi và mẫu số thêm 8 thì giá trị của phân số bằng $\frac{1}{4}$. Nếu tử số thêm 7 và mẫu số tăng gấp 3 thì giá trị phân số bằng $\frac{5}{24}$. Tìm phân số đó.

Dạng 4: Hàm số bậc hai $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

Bài 1: Cho hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị là parabol (P).

a) Vẽ (P) trên hệ trục tọa độ Oxy.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) với đường thẳng (d): $y = \frac{3}{2}x$.

- c) Tìm điểm thuộc (P) có hoành độ bằng -3 .
- d) Tìm điểm thuộc (P) có tung độ bằng 8 .
- e) Tìm điểm thuộc (P) có tung độ gấp đôi hoành độ.
- f) Tìm các điểm trên (P) cách đều hai trục tọa độ.

Bài 2: Cho hàm số $y = (m - 2)x^2$ ($m \neq 2$) có đồ thị là parabol (P) .

- a) Tìm m để (P) đi qua điểm $A(-2; 12)$.
- b) Tìm m để hàm số đồng biến với mọi $x < 0$.
- c) Tìm m để hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0 .
- d) Vẽ đồ thị hàm số khi $m = 1$.

Bài 3: Cho parabol $(P): y = -\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = \frac{x}{2} - 1$.

- a) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phương pháp đại số.
- b) Gọi A và B là tọa độ giao điểm của (P) và (d) . Tính chu vi và diện tích $\triangle OAB$.

Bài 4: Cho parabol $(P): y = (m + 1)x^2$ và đường thẳng $(d): y = 4x + 3$.

- a) Tìm tọa độ giao điểm M và N của (P) và (d) biết (P) đi qua điểm $A(3; -9)$.
- b) Tính chu vi và diện tích của $\triangle OMN$.

PHẦN HÌNH HỌC

Bài 1: Cho đường tròn tâm $(O; R)$ và dây EF . Trên tia đối của tia EF lấy điểm M . Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn. MO cắt AB tại I .

- a) Chứng minh: bốn điểm M, O, A, B cùng thuộc một đường tròn
- b) Chứng minh: $OI \cdot OM = R^2$
- c) Gọi H là trung điểm của EF . Đường thẳng OH cắt AB tại N . Chứng minh $\triangle OHI \sim \triangle OMN$.
- d) Khi M chuyển động trên tia đối của tia EF , chứng minh đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 2: Cho A, B, C theo thứ tự đó nằm trên một đường thẳng. Một đường thẳng d vuông góc với AC tại A . Vẽ đường tròn đường kính BC và trên đó lấy điểm M bất kì. Tia CM cắt đường thẳng d tại D . Tia AM cắt đường tròn tại N . Tia DB cắt đường tròn tại P .

- a) Chứng minh 4 điểm A, B, M, D cùng thuộc một đường tròn.
- b) Chứng minh $CM \cdot CD$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm M .
- c) Tứ giác $APND$ là hình gì? Chứng minh.
- d) Chứng minh trọng tâm G của tam giác MAC chạy trên đường tròn cố định

Bài 3: Cho tam giác ABC vuông tại A . Điểm D thuộc đoạn AB . Vẽ đường tròn (O) đường kính BD cắt BC ở E . Các đường thẳng CD, AE cắt đường tròn (O) lần lượt tại F và K .

- a) Chứng minh $BC \cdot BE = BD \cdot BA$
- b) Chứng minh bốn điểm C, A, F, B cùng thuộc một đường tròn.
- c) Chứng minh $AFKC$ là hình thang.
- d) Chứng minh D là tâm đường tròn nội tiếp tam giác AEF .

Bài 4: Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính AB . Kẻ tiếp tuyến Ax với đường tròn. Trên tia Ax lấy điểm K ($AK \geq R$). Qua K kẻ tiếp tuyến KM tới đường tròn tâm O (tiếp điểm M). Vẽ đường thẳng d vuông góc với AB tại O , d cắt MB tại E .

- Chứng minh: bốn điểm K, A, O, M cùng thuộc một đường tròn
- OK cắt AM tại I . Chứng minh $OI \cdot OK$ không đổi khi K di động trên Ax .
- Chứng minh tứ giác $KAOE$ là hình chữ nhật

d) Gọi H là trực tâm của tam giác KMA . Chứng minh khi K di động trên Ax thì trực tâm H luôn thuộc một đường tròn cố định.

Bài 5: Cho đường tròn tâm O đường kính AB và điểm M bất kì trên nửa đường tròn sao cho $AM < MB$. Gọi M' là điểm đối xứng của M qua AB và S là giao điểm của hai tia $BM, M'A$. Gọi P là chân đường vuông góc kẻ từ S đến AB .

- Chứng minh bốn điểm A, M, S, P cùng nằm trên một đường tròn
- Gọi S' là giao điểm của MA và SP . Chứng minh rằng tam giác $PS'M$ cân.
- Chứng minh PM là tiếp tuyến của đường tròn.

Bài 6: Cho tam giác ABC ($AB = AC$). Cạnh AB, BC, CA tiếp xúc với đường tròn (O) tại các điểm D, E, F . BF cắt (O) tại I , DI cắt BC tại M . Chứng minh :

- Tam giác DEF có ba góc nhọn.
- $DF \parallel BC$.
- Tứ giác $BDFC$ nội tiếp.
- $\frac{BD}{CB} = \frac{BM}{CF}$

Bài 7: Cho đường tròn (O) bán kính R có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trên đoạn thẳng AB lấy điểm M (M khác O). CM cắt (O) tại N . Đường thẳng vuông góc với AB tại M cắt tiếp tuyến tại N của đường tròn ở P . Chứng minh :

- Tứ giác $OMNP$ nội tiếp.
- Tứ giác $CMPO$ là hình bình hành.
- CM, CN không phụ thuộc vào vị trí của điểm M .
- Khi M di chuyển trên đoạn thẳng AB thì P chạy trên đoạn thẳng cố định nào.

Bài 8: Cho tam giác ABC vuông ở A ($AB > AC$), đường cao AH . Trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa điểm A , vẽ nửa đường tròn đường kính BH cắt AB tại E , nửa đường tròn đường kính HC cắt AC tại F .

- Chứng minh $AFHE$ là hình chữ nhật.
- $BEFC$ là tứ giác nội tiếp.
- $AE \cdot AB = AF \cdot AC$.
- Chứng minh EF là tiếp tuyến chung của hai nửa đường tròn

Bài 9: Cho tam giác ABC vuông ở A . Trên cạnh AC lấy điểm M , dựng đường tròn (O) có đường kính MC . đường thẳng BM cắt đường tròn (O) tại D . đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại S .

- Chứng minh $ABCD$ là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh CA là tia phân giác của góc SCB .
- Gọi E là giao điểm của BC với đường tròn (O) . Chứng minh rằng các đường thẳng BA, EM, CD đồng quy.
- Chứng minh DM là tia phân giác của góc ADE .
- Chứng minh điểm M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ADE .

MỘT SỐ ĐỀ THAM KHẢO

ĐỀ 1

Bài I. (2 điểm)

Cho biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{x + 2\sqrt{x} + 1} - \frac{2}{\sqrt{x} + 1}$ và $B = \frac{x - 1}{\sqrt{x}}$ (với $x > 0$)

1. Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 4$.
2. Rút gọn biểu thức $P = A.B$
3. Tìm x là số nguyên lớn nhất để P có giá trị nguyên.

Bài II. (2 điểm): Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một đội sản xuất phải làm 200 sản phẩm trong một thời gian qui định. Trong 4 ngày đầu họ đã thực hiện theo đúng kế hoạch, những ngày còn lại họ đã làm vượt mức mỗi ngày 10 sản phẩm nên đã hoàn thành công việc sớm hơn 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày đội phải làm bao nhiêu sản phẩm?

Bài III. (2 điểm):

1) Giải hệ phương trình;
$$\begin{cases} \frac{3}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{y+2}} = 4 \\ \frac{2}{x-1} + \frac{3}{\sqrt{y+2}} = 5 \end{cases}$$

2) Cho (P) $y = x^2$ và đường thẳng (d) $y = 3x - 2$.

a) Vẽ (P)

b) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P)

Bài IV. (3,5 điểm) Cho đường tròn (O;R), đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax với đường tròn. Trên tia Ax lấy K ($AK \geq R$). Qua K kẻ tiếp tuyến KM với đường tròn (O). Đường thẳng d vuông góc với AB tại O, d cắt đường thẳng BM tại E.

- 1) Chứng minh tứ giác AKMO nội tiếp
- 2) OK cắt AM tại I. Chứng minh tích $OI.OK$ không đổi khi K chuyển động trên Ax
- 3) Gọi P là giao điểm của tia KE và tia OM, Q là giao điểm của AE và KO. Chứng minh tứ giác KAOE là hình chữ nhật và $PQ \perp KO$
- 4) Gọi H là trực tâm tam giác KAM. Chứng minh rằng khi K chuyển động trên Ax thì H luôn chạy trên một đường tròn cố định.

Bài V. (0,5 điểm). Cho hai số thực x, y thỏa mãn $(x + \sqrt{x^2 + 1})(y + \sqrt{y^2 + 1}) = 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = 10x^4 + 8y^4 - 15xy + 6x^2 + 5y^2 + 2024$

ĐỀ 2

Bài 1 (2 đ): Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2}$ và $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{5\sqrt{x} - 2}{4 - x}$

với $x > 0, x \neq 4$.

a) Tính giá trị của A với $x = 3 + 2\sqrt{2}$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Tìm các giá trị x nguyên để $P = \frac{A}{B}$ có giá trị nguyên

Bài 2 (1.5 đ): Cho Parabol (P): $y = ax^2$ ($a \neq 0$) và

đường thẳng (d): $y = 3x - 2$.

a) Tìm a biết parabol (P) đi qua điểm H(-1; 1).

b) Gọi giao điểm của (d) và (P) lần lượt là điểm A; B. Tính chu vi tam giác OAB.

Bài 3 (2 đ): Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình

Hai người làm chung một công việc thì sau 7 giờ 12 phút thì sẽ xong. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 5 giờ và người thứ hai làm một mình trong 6 giờ thì cả hai người làm được 75% công việc. Hỏi mỗi người làm một mình thì bao lâu xong công việc?

Bài 4 (4 đ): Cho nửa đường tròn (O;R), đường kính AB. Từ điểm M trên tiếp tuyến Ax của nửa đường tròn (O) vẽ tiếp tuyến thứ hai MC ($C \in (O)$). Hạ CH vuông góc với AB. MB cắt (O) tại Q và cắt CH tại N.

a) Chứng minh: $MA^2 = MB \cdot MQ$

b) Giả sử $AM = R\sqrt{3}$. Tính độ dài cung nhỏ AC

c) Chứng minh: OM song song BC và tứ giác AMQI nội tiếp (với I là giao của AC và MO)

d) Chứng minh: N là trung điểm của CH.

Bài 5 (0.5 đ): Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn $x + y + z = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{(1+x)(1+y)(1+z)}{(1-x)(1-y)(1-z)}$

ĐỀ 3

Bài 1 (2 điểm). Cho biểu thức: $M = \frac{x}{\sqrt{x}-3}$ và $N = \frac{x+3}{x-2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+1}{2-\sqrt{x}}$ với $x > 0$, $x \neq 4$ và $x \neq 9$

a) Tính giá trị biểu thức M với x thỏa mãn $x^2 = 16$.

b) Rút gọn biểu thức $P = M.N$.

c) Tìm các giá trị của x để $P > -1$.

Bài 2 (2 điểm). *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Một tổ sản xuất phải làm được 120 sản phẩm trong một thời gian nhất định với năng suất quy định. Sau khi làm 2 giờ với năng suất quy định, tổ sản xuất tăng năng suất lao động mỗi giờ làm thêm 10 sản phẩm, vì vậy tổ hoàn thành công việc sớm hơn dự định 12 phút. Hỏi theo quy định, mỗi giờ tổ sản xuất phải làm bao nhiêu sản phẩm?

Bài 3 (2 điểm).

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{6}{3x-2} - 2\sqrt{1-y} = 1 \\ \frac{2}{3x-2} + \sqrt{1-y} = 2 \end{cases}$$

2) Cho parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d) $y = 3x + m - 2$ (m là tham số)

a) Tìm tọa độ các giao điểm M; N của parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m = 4$

b) Tính diện tích tam giác OMN khi $m = 4$.

Bài 4 (3,5 điểm) Cho đường tròn tâm O bán kính R và hai đường kính AB, CD vuông góc với nhau. Điểm M bất kì thuộc cung nhỏ BC (với M khác B và C). Gọi I là giao điểm của AM và BC, J là hình chiếu của I trên AB. Chứng minh rằng:

a. Tứ giác BMIJ là tứ giác nội tiếp.

b. JI là phân giác của $\widehat{CJM}$.

c. J, M, D thẳng hàng.

d. Tìm vị trí của điểm M trên cung nhỏ BC để tứ giác BOCM có diện tích lớn nhất.

Bài 5 (0,5 điểm) Cho 3 số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 3$.

Tìm GTNN của biểu thức: $P = \frac{x}{y^2+1} + \frac{y}{z^2+1} + \frac{z}{x^2+1}$.