

Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay!

Câu 1. (2,0 điểm) Rút gọn biểu thức sau: $A = \frac{10^4 \cdot 81 - 16 \cdot 15^2}{4^4 \cdot 675}$

Câu 2. (2,0 điểm) Tìm ba số x, y, z thỏa mãn: $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ và $2x^2 + 2y^2 - 3z^2 = -100$.

Câu 3. (2,0 điểm) Cho các số x, y thỏa mãn $(x - 2)^4 + (2y - 1)^{2018} \leq 0$.
Tính giá trị của biểu thức $M = 11x^2y + 4xy^2$.

Câu 4. (2,0 điểm) Cho các số thực a, b, c, d thỏa mãn dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{2a + b + c + d}{a} = \frac{a + 2b + c + d}{b} = \frac{a + b + 2c + d}{c} = \frac{a + b + c + 2d}{d}$$

Tính giá trị của biểu thức: $M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$

Câu 5. (2,0 điểm) Cho đa thức bậc hai: $f(x) = ax^2 + bx + c$ (x là ẩn; a, b, c là hệ số).

Biết rằng: $f(0) = 2018$, $f(1) = 2019$, $f(-1) = 2017$. Tính $f(-2019)$.

Câu 6. (2,0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = \frac{27 - 2x}{12 - x}$ (với x là số nguyên).

Câu 7. (2,0 điểm) Tìm các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn $a^3 + 3a^2 + 5 = 5^b$ và $a + 3 = 5^c$

Câu 8. (2,0 điểm) Cho góc xOy bằng 60° . Tia Oz là phân giác của góc xOy . Từ điểm B bất kì trên tia Ox kẻ BH, BK lần lượt vuông góc với Oy, Oz tại H và K . Qua B kẻ đường song song với Oy cắt Oz tại M . Chứng minh rằng $BH = MK$.

Câu 9. (2,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Điểm M nằm bên trong tam giác sao cho $MA = 2\text{cm}$, $MB = 3\text{cm}$ và $\widehat{AMC} = 135^\circ$. Tính MC .

Câu 10. (2,0 điểm) Từ 200 số tự nhiên 1; 2; 3; ...; 200, ta lấy ra k số bất kì sao cho trong các số vừa lấy luôn tìm được 2 số mà số này là bội của số kia. Tìm giá trị nhỏ nhất của k .

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

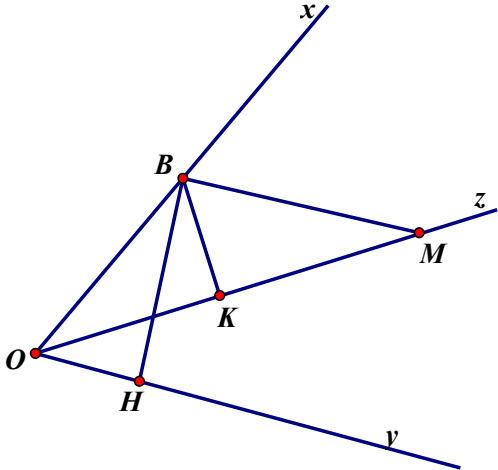
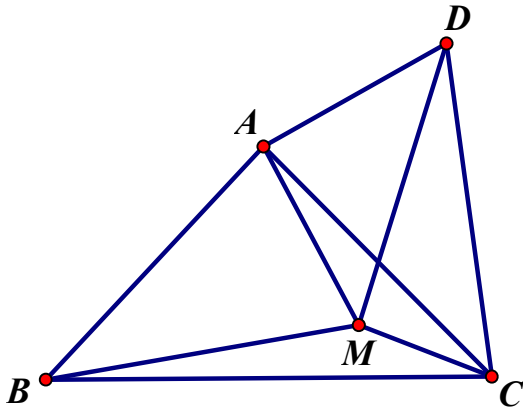
Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Phòng thi:

Hướng dẫn chung:

- Học sinh giải theo cách khác mà đúng, đảm bảo tính logic, khoa học thì giám khảo vẫn cho điểm tối đa.
- Câu hình học, học sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai phần nào không chấm điểm phần đó.

Câu	Nội dung	Điểm
1	$A = \frac{10^4 \cdot 81 - 16 \cdot 15^2}{4^4 \cdot 675} = \frac{2^4 \cdot 5^4 \cdot 3^4 - 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^2}$ $= \frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 (5^2 \cdot 3^2 - 1)}{2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^2} = \frac{225 - 1}{2^4 \cdot 3}$ $= \frac{224}{2^4 \cdot 3} = \frac{2^5 \cdot 7}{2^4 \cdot 3} = \frac{14}{3}$	0,5 0,5 0,5 0,5
2	Từ $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ ta suy ra: $\frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{16} = \frac{z^2}{25} = \frac{2x^2}{18} = \frac{2y^2}{32} = \frac{3z^2}{75} = \frac{2x^2 + 2y^2 - 3z^2}{-25} = \frac{-100}{-25} = 4$ Suy ra: $\begin{cases} x^2 = 36 \\ y^2 = 64 \\ z^2 = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 8 \\ x = 10 \\ x = -6 \\ y = -8 \\ z = -10 \end{cases} \quad (\text{Vì } x, y, z \text{ cùng dấu})$ KL: Có hai bộ (x; y; z) thỏa mãn là : (6; 8 ;10) và (-6; -8;-10)	0,5 0,5 0,5 0,5
3	Vì $(x - 2)^4 \geq 0$; $(2y - 1)^{2018} \geq 0$ với mọi x, y nên $(x - 2)^4 + (2y - 1)^{2014} \geq 0$ với mọi x, y. Mà theo đề bài : $(x - 2)^4 + (2y - 1)^{2014} \leq 0$ Suy ra $(x - 2)^4 + (2y - 1)^{2014} = 0$ Hay: $(x - 2)^4 = 0$ và $(2y - 1)^{2018} = 0$ suy ra $x = 2, y = \frac{1}{2}$ Khi đó tính được: $M = 24$.	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,5
4	Từ: $\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$ Suy ra : $\frac{2a+b+c+d}{a} - 1 = \frac{a+2b+c+d}{b} - 1 = \frac{a+b+2c+d}{c} - 1 = \frac{a+b+c+2d}{d} - 1$ $\Rightarrow \frac{a+b+c+d}{a} = \frac{a+b+c+d}{b} = \frac{a+b+c+d}{c} = \frac{a+b+c+d}{d} \quad (*)$ Nếu $a + b + c + d = 0 \Rightarrow a + b = -(c+d) ; (b + c) = -(a + d)$ $\Rightarrow M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c} = -4$ Nếu $a + b + c + d \neq 0$ thì từ $(*) \Rightarrow a = b = c = d$ $\Rightarrow M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c} = 4$	0,25 0,5 0,25 0,25 0,25 0,25

	KL:	0,25
5	Xét $x=0$: $f(0) = 2018 \Leftrightarrow c = 2018$	0,25
	Xét $x=1$: $f(1) = 2019 \Leftrightarrow a+b+c = 2018 \Leftrightarrow a+b=1$ (1)	0,25
	Xét $x=-1$: $f(-1) = 2017 \Leftrightarrow a-b+c = 2017 \Leftrightarrow a-b=-1$ (2)	0,25
	Cộng vế (1) và (2) suy ra $a=0$	0,25
	Thay $a=0$ vào (1) tìm được: $b=1$	0,25
	Từ đó tìm được $f(x) = x + 2018$	0,25
	Suy ra: $f(-2019) = -1$	0,5
6	Ta có: $Q = \frac{27-2x}{12-x} = 2 + \frac{3}{12-x}$.	0,25
	Suy ra Q lớn nhất khi $\frac{3}{12-x}$ lớn nhất	0,25
	* Nếu $x > 12$ thì $12-x < 0 \Rightarrow \frac{3}{12-x} < 0$.	0,25
	* Nếu $x < 12$ thì $12-x > 0 \Rightarrow \frac{3}{12-x} > 0$.	0,25
	Từ 2 trường hợp trên suy ra $\frac{3}{12-x}$ lớn nhất khi $12-x > 0$	0,25
	Vì phân số $\frac{3}{12-x}$ có tử và mẫu là các số nguyên dương, tử không đổi nên phân số có giá trị lớn nhất khi mẫu là số nguyên dương nhỏ nhất.	0,25
	Hay $12-x=1 \Leftrightarrow x=11$ Suy ra A có giá trị lớn nhất là 5 khi $x=11$	0,25 0,25
7	Do $a \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow 5^b = a^3 + 3a^2 + 5 > a + 3 = 5^c$	0,25
	Vậy $5^b > 5^c \Rightarrow b > c \Rightarrow 5^b : 5^c$	0,25
	Hay $(a^3 + 3a^2 + 5) : (a+3)$	
	$\Leftrightarrow a^2(a+3) + 5 : a+3$	0,25
	Mà $a^2(a+3) : a+3 \Rightarrow 5 : a+3$	
	$\Rightarrow a+3 \in U'(5)$	0,25
	Hay: $a+3 \in \{\pm 1; \pm 5\}$ (1)	
	Do $a \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow a+3 \geq 4$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra $a+3=5 \Rightarrow a=2$	0,25
	Từ đó tính được: $5^b = 2^3 + 3 \cdot 2^2 + 5 = 25 = 5^2 \Rightarrow b=2$	
	Và $5^c = a+3 = 2+3=5 \Rightarrow c=1$	0,25
	Vậy: $a=2; b=2; c=1$	0,25

8	- Chứng minh tam giác BOM cân tại B vì $\widehat{BOM} = \widehat{BMO} = 30^\circ$ - BK là đường cao của tam giác cân BMO nên K là trung điểm của OM $\Rightarrow KM = KO$ (1) - Chứng minh $\triangle BKO = \triangle OHB$ (c.h-g.n) - Suy ra $BH = OK$ (2) - Từ (1) và (2) suy ra $BH = MK$. đpcm		0,5 0,5 0,5 0,25 0,25
9	- Dựng tam giác ADM vuông cân tại A (D, B khác phía đối với AM) - Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ACD$ (c.g.c) vì: $AD = AM$ ($\triangle AMD$ vuông cân tại A) $\widehat{BAM} = \widehat{CAD}$ (cùng phụ với $\widehat{CAM}$) $AB = AC$ (giả thiết) - Suy ra: $CD = BM = 3\text{cm}$ - Tính được $MD^2 = AD^2 + AM^2 = 8$ - Chỉ ra tam giác DMC vuông tại M - Suy ra: $MC^2 = CD^2 - MD^2 = 9 - 8 = 1$ $\Rightarrow CD = 1\text{cm}$		0,25 0,5 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
10	- Xét 100 số 101; 102; 103;; 200. Trong 100 số này rõ ràng không có số nào là bội của số kia (vì $101.2 > 200$). Do đó $k \geq 101$ (1) - Xét 101 số bất kì lấy ra từ 200 số đã cho: $1 \leq a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{101} \leq 200$. Ta viết 101 số vừa lấy ra dưới dạng: $a_1 = 2^{n_1} \cdot b_1$ $a_2 = 2^{n_2} \cdot b_2$ $a_3 = 2^{n_3} \cdot b_3$ $a_{101} = 2^{n_{101}} \cdot b_{101}$ - Với n_i là số tự nhiên, còn b_i là các số lẻ. ($i = \overline{1; 101}$) - Suy ra các b_i là các phần tử của tập gồm 100 số tự nhiên lẻ đầu tiên: $\{1; 3; 5; \dots; 199\}$. Vì có 101 các số b_i mà chỉ có 100 giá trị nên sẽ tồn tại ít nhất 2 số b_i và b_j nào đó bằng nhau. - Suy ra trong hai số $a_i = 2^{n_i} \cdot b_i$ và $a_j = 2^{n_j} \cdot b_j$ sẽ có một số là bội của số còn lại. - Như vậy nếu lấy ra 101 số trong 200 số đã cho thì luôn có 2 số mà số này là bội của số kia (2) - Từ (1) và (2) suy ra giá trị nhỏ nhất của k là 101.		0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

-----Hết-----