

ĐỀ 1**Bài 1: (2 điểm)** Tính giá trị của biểu thức:

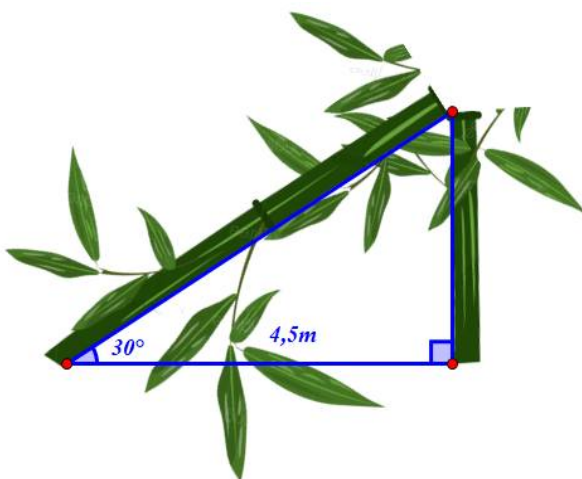
a) $A = 3\sqrt{8} - 2\sqrt{18} + \sqrt{20}$

b) $B = \frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} - \frac{2-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$

Bài 2: (1,5 điểm) Giải các phương trình

a) $\sqrt{2x-1} = 4$

b) $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = \sqrt{3} - 1$

Bài 3: (2 điểm) Cho các biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} + \frac{x-4\sqrt{x}-9}{9-x}$; $Q = \frac{\sqrt{x}+5}{3-\sqrt{x}}$ với $x \geq 0$, $x \neq 9$.a) Tìm giá trị của Q biết $x = 1$.b) Chứng minh rằng: $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$.c) Đặt $M = P : Q$. Tìm giá trị của x để $|M| > \frac{1}{2}$.**Bài 4: (1 điểm)** Một cây tre bị gãy ngang thân, ngọn tre vừa chạm đất và tạo với mặt đất một góc 30° biết khoảng cách từ vị trí ngọn tre chạm đất tới gốc cây là $4,5m$. Tính chiều cao ban đầu của cây tre (làm tròn đến cm).**Bài 5: (3 điểm)** Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Đường cao AH ($H \in BC$). Gọi M và N lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC .a) Giả sử $HB = 3,6cm$, $HC = 6,4cm$. Tính độ dài HA , AC và góc B , góc C .b) Chứng minh: $AM \cdot AB = AN \cdot AC$ và $HB \cdot HC = AM \cdot MB + AN \cdot NC$.

c) Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với MN cắt BC tại K . Chứng minh rằng: K là trung điểm của đoạn thẳng BC .

Bài 6: (0,5 điểm) Giải phương trình sau

$$\frac{4}{x} + \sqrt{x - \frac{1}{x}} = x + \sqrt{2x - \frac{5}{x}}$$

⌘HẾT⌘

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1: a) $A = 3\sqrt{8} - 2\sqrt{18} + \sqrt{20}$
 $A = 3.2\sqrt{2} - 2.3\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$
 $A = 6\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$
 $A = 2\sqrt{5}.$

b) $B = \frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} - \frac{2-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$
 $B = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}-1} + \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}-1}$
 $B = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

Bài 2: a) $\sqrt{2x-1} = 4$

Điều kiện: $2x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}.$

$$\sqrt{2x-1} = 4$$

$$\Leftrightarrow 2x-1=16$$

$$\Leftrightarrow 2x=16+1$$

$$\Leftrightarrow 2x=17$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{17}{2} \text{ (thoả mãn)}$$

Vậy $x = \frac{17}{2}.$

b) $\sqrt{4x^2-4x+1} = \sqrt{3}-1$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(2x-1)^2} = \sqrt{3}-1$$

$$\Leftrightarrow |2x-1| = \sqrt{3}-1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 = \sqrt{3}-1 \\ 2x-1 = -(\sqrt{3}-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \sqrt{3} \\ 2x-1 = -\sqrt{3}+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ x = \frac{-\sqrt{3}+2}{2} \end{cases}$$

Vậy $x \in \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{-\sqrt{3}+2}{2} \right\}$

Bài 3: a) Khi $x=1$ (thoả mãn điều kiện) ta có $Q = \frac{\sqrt{1}+5}{3-\sqrt{1}} = \frac{6}{2} = 3.$

b) Với $x \geq 0, x \neq 9$ ta có:

$$P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} + \frac{x-4\sqrt{x}-9}{9-x}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} - \frac{x-4\sqrt{x}-9}{x-9} \\
&= \frac{x+\sqrt{x}-6}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{x-2\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} - \frac{x-4\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\
&= \frac{x+\sqrt{x}-6+x-2\sqrt{x}-3-x+4\sqrt{x}+9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\
&= \frac{x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\
&= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}.
\end{aligned}$$

Vậy $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$.

c) Ta có $M = P:Q = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} : \frac{\sqrt{x}+5}{3-\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \cdot \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} = \frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5}$.

Vì $\sqrt{x} \geq 0 \quad \forall x \geq 0, x \neq 9; \sqrt{x}+5 > 0 \quad \forall x \geq 0, x \neq 9$ nên $M = \frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} \leq 0 \quad \forall x \geq 0, x \neq 9$

$$\Rightarrow |M| = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5}.$$

$$\Rightarrow |M| > \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} > \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} - \frac{1}{2} > 0$$

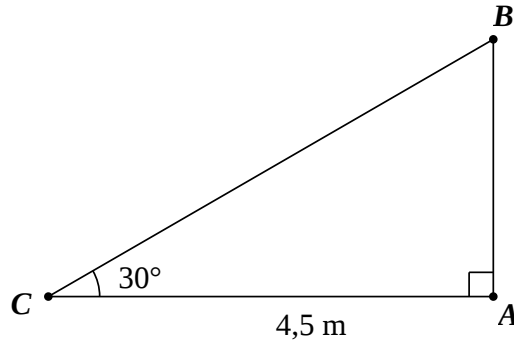
$$\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}-\sqrt{x}-5}{2(\sqrt{x}+5)} > 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}-5 > 0 \text{ (vì } 2(\sqrt{x}+5) > 0 \quad \forall x \geq 0, x \neq 9)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} > 5 \Leftrightarrow x > 25 \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy $x > 25$ thì $|M| > \frac{1}{2}$.

Bài 4:



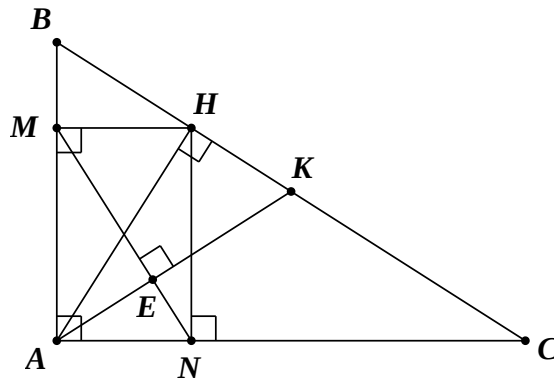
Gọi các điểm như trên hình vẽ, khi đó ta có chiều cao ban đầu của cây tre là $AB + BC$.
 Trong tam giác vuông ABC có:

$$\tan C = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AB = AC \cdot \tan C = 4,5 \cdot \tan 30^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2} m.$$

$$\cos C = \frac{AC}{BC} \Rightarrow BC = \frac{AC}{\cos C} = \frac{4,5}{\cos 30^\circ} = 3\sqrt{3} m.$$

$$\text{Vậy chiều cao ban đầu của cây tre là } AB + BC = \frac{3\sqrt{3}}{2} + 3\sqrt{3} = \frac{9\sqrt{3}}{2} \approx 7,79m = 779cm.$$

Bài 5:



a) Xét tam giác ABC vuông tại A có: AH là đường cao

$$HA^2 = HB \cdot HC = 3,6 \cdot 4 \Rightarrow HA = 4,8 \text{ (cm)}.$$

$$AC^2 = HC \cdot BC = 4 \cdot (3,6 + 4) \Rightarrow HC = 8 \text{ (cm)}$$

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{10} \Rightarrow \hat{B} \approx 53,13^\circ.$$

$$\hat{C} \approx 90^\circ - 53,13^\circ \approx 36,87^\circ.$$

b) Xét tam giác AHB vuông tại H , HM là đường cao $\Rightarrow HA^2 = AM \cdot AB$ (1)

Xét tam giác AHC vuông tại H , HN là đường cao $\Rightarrow HA^2 = AN \cdot AC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AM \cdot AB = AN \cdot AC$

Xét tứ giác $ANHM$ có: $\hat{A} = \hat{M} = \hat{N} = 90^\circ$

$\Rightarrow ANHM$ là hình chữ nhật.

$$\Rightarrow MN = AH \Rightarrow MN^2 = HB.HC \quad (3)$$

Xét tam giác AHB vuông tại H , HM là đường cao ta có: $HM^2 = AM.BM$

Xét tam giác AHC vuông tại H , HN là đường cao ta có: $HN^2 = AN.CN$

Xét tam giác MHN vuông tại H có:

$$MN^2 = HM^2 + HN^2 = AM.MB + AN.NC \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra $HB.HC = AM.MB + AN.NC$.

c) Theo câu a) ta có $AM.AB = AN.AC \Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB}$.

Xét tam giác AMN và tam giác ACB có:

$$\begin{cases} \frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} \\ \widehat{A} \text{ chung} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ANM \Rightarrow \begin{cases} \widehat{AMN} = \widehat{ACB} \\ \widehat{ANM} = \widehat{ABC} \end{cases}$$

Mà $\widehat{KAC} = \widehat{AMN}$ (cùng phụ với góc $\widehat{ANM}$) $\Rightarrow \widehat{KAC} = \widehat{ACB}$

$$\Rightarrow \triangle AKC \text{ cân tại } K \Rightarrow KA = KC \quad (5).$$

Chứng minh tương tự ta có $\Rightarrow \triangle AKB \text{ cân tại } K \Rightarrow KA = KB \quad (6)$.

Từ (5) và (6) suy ra $KB = KC$.

Bài 6: **Cách 1:** $\frac{4}{x} + \sqrt{x - \frac{1}{x}} = x + \sqrt{2x - \frac{5}{x}}$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x \neq 0 \\ x - \frac{1}{x} \geq 0 \\ 2x - \frac{5}{x} \geq 0 \end{cases}$$

$$\frac{4}{x} + \sqrt{x - \frac{1}{x}} = x + \sqrt{2x - \frac{5}{x}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{x} - x = \sqrt{2x - \frac{5}{x}} - \sqrt{x - \frac{1}{x}}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{x} - x\right) \cdot \left(\sqrt{2x - \frac{5}{x}} + \sqrt{x - \frac{1}{x}}\right) = \left(\sqrt{2x - \frac{5}{x}} + \sqrt{x - \frac{1}{x}}\right) \cdot \left(\sqrt{2x - \frac{5}{x}} - \sqrt{x - \frac{1}{x}}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{x} - x\right) \cdot \left(\sqrt{2x - \frac{5}{x}} + \sqrt{x - \frac{1}{x}}\right) = 2x - \frac{5}{x} - x + \frac{1}{x}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{x} - x\right) \cdot \left(\sqrt{2x - \frac{5}{x}} + \sqrt{x - \frac{1}{x}}\right) = x - \frac{4}{x}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{x} - x\right) \cdot \left(\sqrt{2x - \frac{5}{x}} + \sqrt{x - \frac{1}{x}}\right) + \left(\frac{4}{x} - x\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{x} - x\right) \cdot \left(\sqrt{2x - \frac{5}{x}} + \sqrt{x - \frac{1}{x}} + 1\right) = 0$$

$$\text{Mà } \sqrt{2x - \frac{5}{x}} + \sqrt{x - \frac{1}{x}} + 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{x} - x = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 2$$

Thử lại điều kiện xác định $x = 2$

Vậy $x = 2$

$$\text{Cách 2: } \frac{4}{x} + \sqrt{x - \frac{1}{x}} = x + \sqrt{2x - \frac{5}{x}} \quad (1)$$

$$\text{Đặt } a = \sqrt{x - \frac{1}{x}} \quad (a \geq 0), \quad b = \sqrt{2x - \frac{5}{x}} \quad (b \geq 0)$$

$$\text{Ta có: } a^2 - b^2 = x - \frac{1}{x} - 2x + \frac{5}{x} = \frac{4}{x} - x$$

$$\text{Do đó (1)} \Leftrightarrow a^2 - b^2 + a - b = 0 \Leftrightarrow (a - b) \cdot (a + b) + (a - b) = 0 \Leftrightarrow (a - b) \cdot (a + b + 1) = 0$$

$$a \geq 0, b \geq 0 \Rightarrow a + b + 1 > 0 \Rightarrow a - b = 0 \Rightarrow a = b$$

$$\Rightarrow \sqrt{x - \frac{1}{x}} = \sqrt{2x - \frac{5}{x}} \Leftrightarrow x - \frac{1}{x} = 2x - \frac{5}{x} \Leftrightarrow x - \frac{4}{x} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = -2 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 2$.

♣ HẾT ♣