UBND TỈNH LAI CHÂU
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 01 trang)

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9
CẤP TỈNH NĂM HỌC 2015-2016

Môn: Toán
Thời gian: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi: 03/4/2016

Số báo danh: .... Họ tên: ....

Bài 1: *(3,0 điểm)*

Cho biểu thức: $A=\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}-\frac{2\sqrt{x}-2}{x\sqrt{x}-\sqrt{x}+x-1}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{x}-1}-\frac{2}{x-1}\right)$

a) Rút gọn biểu thức A;

b) Tính giá trị của biểu thức tại $x=2\left(\sqrt[3]{7+\sqrt{50}}+\sqrt[3]{7-\sqrt{50}}\right)$

Bài 2: *(4,0 điểm)*

2.1. Chứng minh: $5^{n+3}-3.5^{n+1}+2^{6n+3} \vdots 59$ (với mọi $n\in N$)

2.2. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $2x^2+xy-y^2-5=0$

Bài 3: *(5,0 điểm)*

3.1. Tìm m để phương trình $mx^2-2(m-2)x+m-3=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=1$

3.2. Giải phương trình: $\frac{1}{x}+\frac{1}{\sqrt{2-x^2}}=2$

3.3. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2x=y(1-x^2)\\2y=x(1-y^2)\end{cases}$

Bài 4: *(6,0 điểm)*

Cho đường tròn (O) đường kính AB = 2R, C là trung điểm của OA và dây MN vuông góc với OA tại C. Gọi K là điểm tùy ý trên cung nhỏ BM, H là giao điểm của AK và MN.

a) Chứng minh BCHK là tứ giác nội tiếp;

b) Tính tích AH.AK theo R;

c) Xác định vị trí của điểm K để tổng (KM + KN + KB) đạt giá trị lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.

Bài 5: *(2,0 điểm)*

Cho a, b, c là ba số dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\ge 3\left(\frac{1}{a+2b}+\frac{1}{b+2c}+\frac{1}{c+2a}\right)$$

--------------------**Hết**------------------

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

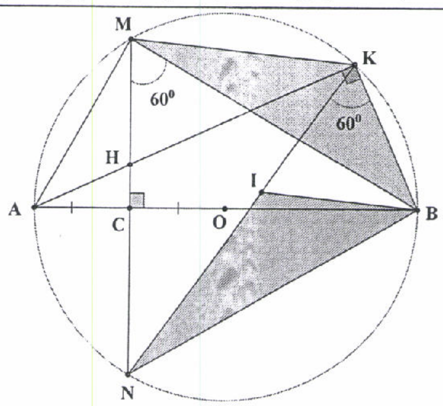
UBND TỈNH LAI CHÂU
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9
CẤP TỈNH NĂM HỌC 2015-2016

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Gồm 03 trang)

Môn: Toán
Thời gian: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi: 03/4/2016

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
Bài 1 *(3,0 điểm)*	a	ĐKXĐ: $x \ge 0, x \ne 1$	*0,5*
		$A=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{2\sqrt{x}-2}{(x-1)(\sqrt{x}+1)}\right):\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}\right)$	*0,25*
		$=\dfrac{x-2\sqrt{x}+1}{(x-1)(\sqrt{x}+1)}:\dfrac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	*0,25*
		$=\dfrac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$	*0,5*
	b	Đặt $N=\sqrt[3]{7+\sqrt{50}}+\sqrt[3]{7-\sqrt{50}}$ (Lập phương hai vế)	*0,25*
		$N^3 = 14 - 3N \Leftrightarrow N^3 + 3N - 14 = 0$	*0,5*
		$\Leftrightarrow (N-2)(N^2+2N+7)=0$	*0,25*
		$\Leftrightarrow N = 2$ hoặc $(N+1)^2+6=0$ (loại)	*0,25*
		Với $N=2 \Rightarrow x=4$. Vậy: $x=4$ thì $A=\dfrac{1}{3}$	*0,25*
Bài 2 *(4,0 điểm)*	2.1	Ta có: $5^{n+3} - 3.5^{n+1} + 2^{6n+3} = 125.5^n - 15.5^n + 8.64^n$	*0,5*
		$= 110.5^n + 8.64^n = (118-8).5^n + 8.64^n$	*0,5*
		$=118.5^n + 8(64^n - 5^n) = 2.59.5^n + 8.59.Q$	*0,5*
		$= 59(2.5^n + 8Q)\ \vdots\ 59$. Vậy $5^{n+3} - 3.5^{n+1} + 2^{6n+3}\ \vdots\ 59$	*0,5*
	2.2	$2x^2 + xy - y^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow (x+y)(2x-y) = 5$ vì $x, y \in Z$ nên:	*0,5*
		TH1: $\begin{cases} x+y=1 \\ 2x-y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$	*0,25*
		TH2: $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$	*0,25*
		TH3: $\begin{cases} x+y=-1 \\ 2x-y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$	*0,25*
		TH4: $\begin{cases} x+y=-5 \\ 2x-y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-3 \end{cases}$	*0,25*
		Vậy $(x, y) \in \{(2;-1),(2;3),(-2;1),(-2;-3)\}$	*0,5*
	3.1	Điều kiện để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 là:	

		$\begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 0$ và $m \leq 4$	0,25
		Khi đó: $x_1^2 + x_2^2 = 1 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 1$	0,25
		$\Leftrightarrow m^2 - 10m + 16 = 0 \Leftrightarrow m = 2$ (t/m), $m = 8$ (loại)	0,25
		Vậy $m = 2$ thỏa mãn đề bài ra.	0,25
	3.2	ĐKXĐ: $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$ và $x \neq 0$ Đặt $y = \sqrt{2 - x^2} > 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 2$	0,5
		Khi đó ta có hệ: $\begin{cases} x + y = 2xy \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 2xy \\ (xy - 1)(2xy + 1) = 0 \end{cases}$	0,5
		TH1: $\begin{cases} xy = 1 \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 1$	0,25
Bài 3 *(5,0 điểm)*		TH2: $\begin{cases} xy = -\frac{1}{2} \\ x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{-1+\sqrt{3}}{2}; y = \frac{-1-\sqrt{3}}{2} \\ x = \frac{-1-\sqrt{3}}{2}; y = \frac{-1+\sqrt{3}}{2} \end{array}\right.$	0,25
		vì $y > 0$ nên $x = \frac{-1-\sqrt{3}}{2}$. Vậy $x = 1$ hoặc $x = \frac{-1-\sqrt{3}}{2}$	0,5
	3.3	$\begin{cases} 2x = y(1 - x^2) \\ 2y = x(1 - y^2) \end{cases}$ Trừ vế cho vế ta được:	
		$2x - 2y = y - x - xy(x - y) \Leftrightarrow (x - y)(3 + xy) = 0$	0,5
		TH1: $\begin{cases} x = y \\ 2y = x(1 - y^2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ y(y^2 + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 0$	0,5
		TH2: $\begin{cases} xy = -3 \\ 2y = x(1 - y^2) \end{cases}$ Dễ thấy $y \neq 0$ nên ta có:	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = -3 \\ y^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{3}, y = -\sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3}, y = \sqrt{3} \end{array}\right.$	0,5
		Vậy $(x, y) \in \{(0;0), (\sqrt{3}, -\sqrt{3}), (-\sqrt{3}; \sqrt{3})\}$	0,25
Bài 4 *(6,0 điểm)*			

	a	Vì $\widehat{AKB}=90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)	*1,0*
		$\Rightarrow \widehat{AKB}+\widehat{HCB}=90^0+90^0=180^0 \Rightarrow$ BCHK nội tiếp	*1,0*
	b	Δ AHC đồng dạng ΔABK (g.g) $\Rightarrow \dfrac{AH}{AB}=\dfrac{AC}{AK}$	*1,0*
		$\Rightarrow AH.AK = AB.AC = \dfrac{R}{2}.2R = R^2$	*1,0*
	c	Δ MAB vuông tại M có MC $\perp$ AB $\Rightarrow MC^2 = CA.CB = \dfrac{3R^2}{4}$	*0,25*
		$\Rightarrow MC = \dfrac{\sqrt{3}R}{2} \Rightarrow MN = 2MC = \sqrt{3}R$	*0,25*
		Δ MCB vuông tại C $\Rightarrow MB^2 = MC^2 + BC^2 = 3R^2$	*0,25*
		$\Rightarrow BM = \sqrt{3}R = MN.$	
		Mà NB = MB $\Rightarrow$ MB = NB = MN $\Rightarrow$ ΔMNB là tam giác đều.	*0,25*
		Trên đoạn KN lấy điểm I sao cho IK = IB, $\widehat{NMB}=\widehat{IKB}=60^0$	
		$\Rightarrow \Delta$ KIB đều $\Rightarrow$ KI = KB (1)	*0,25*
		Mặt khác: $\Delta BIN = \Delta BKM$ (c.g.c) $\Rightarrow$ NI = MK (2)	*0,25*
		Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ KM + KB + KN = KN + KN = 2KN	*0,25*
		Để KM + KB + KN lớn nhất khi KN lớn nhất	
		$\Rightarrow$ KN là đường kính của (O) $\Rightarrow$ K là điểm chính giữa của $\overparen{MB}$	*0,25*
		khi đó: max(KM + KB + KN) = 4R	
Bài 5 *(2,0 điểm)*		Áp dụng bất đẳng thức cosi cho 3 số dương x, y, z ta có:	
		$(x+y+z)\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\right) \geq 3.\sqrt[3]{xyz}.3.\sqrt[3]{\dfrac{1}{xyz}} = 9$	*0,5*
		$\Rightarrow \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z} \geq \dfrac{9}{x+y+z}$. Áp dụng bất đẳng thức này ta có:	*0,5*
		$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{b} \geq \dfrac{9}{a+2b}$; $\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{c} \geq \dfrac{9}{b+2c}$; $\dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{a} \geq \dfrac{9}{c+2a}$	*0,5*
		$\Rightarrow 3\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right) \geq 9\left(\dfrac{1}{a+2b}+\dfrac{1}{b+2c}+\dfrac{1}{c+2a}\right)$	*0,5*
		hay: $\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right) \geq 3\left(\dfrac{1}{a+2b}+\dfrac{1}{b+2c}+\dfrac{1}{c+2a}\right)$	

Lưu ý:

- Điểm bài thi là tổng điểm của các câu thành phần. Thang điểm toàn bài là 20 điểm, không được làm tròn (điểm lẻ từng ý trong một câu nhỏ nhất là 0,25).

- Thí sinh làm bài bằng cách khác, lập luận chặt chẽ, logic, ra kết quả đúng vẫn cho điểm tối đa.

-------------Hết------------