

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: TOÁN 9
Ngày kiểm tra: 22/5/2024
Thời gian làm bài: 120 phút

(Đề thi gồm 01 trang)

Bài I (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức: $A = \frac{x - \sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} + 1}{1 - x}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Chứng minh: $A > B$.

Bài II (2,0 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một tổ công nhân dự định làm xong 240 sản phẩm trong một thời gian quy định. Nhưng khi thực hiện, nhờ cải tiến kỹ thuật nên mỗi ngày tổ đã làm tăng thêm 10 sản phẩm so với dự định. Do đó tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày. Hỏi khi thực hiện mỗi ngày tổ làm được bao nhiêu sản phẩm? Giả sử số sản phẩm tổ làm được mỗi ngày là như nhau.

2) Một lọ thủy tinh đựng hóa chất dạng hình trụ có bán kính đáy là 5 cm, chiều cao là 12 cm. Người ta dán nhãn kín mặt xung quanh của lọ này để ghi các thông tin về hóa chất bên trong. Tính diện tích giấy cần dùng để làm nhãn đó (Biết độ dày của giấy là không đáng kể và lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài III (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + \frac{2}{\sqrt{y} - 1} = 6 \\ 3x - \frac{4}{\sqrt{y} - 1} = 13 \end{cases}.$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = 2mx + 2m + 1$ và parabol $(P): y = x^2$ (với m là tham số).

a) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 .

b) Tìm tất cả các giá trị của m sao cho $\frac{1}{(x_1 + 2)^2} + \frac{1}{(x_2 + 2)^2} = 2$.

Bài IV (3 điểm) Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) . Hai đường cao BD, CE của tam giác cắt nhau tại H .

- 1) Chứng minh tứ giác $BEDC$ nội tiếp được.
- 2) Chứng minh $AE \cdot AB = AD \cdot AC$.

3) Các tiếp tuyến tại B, C của đường tròn (O) cắt nhau tại P , PO cắt BC tại I . Qua P vẽ đường thẳng song song với DE cắt AB, AC lần lượt tại hai điểm K và M . Gọi J là trung điểm của đoạn thẳng AH, JI cắt DE tại N . Chứng minh $\triangle MPC$ cân tại P và ba điểm A, N, P thẳng hàng.

Bài V (0,5 điểm). Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y \leq z$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = (2x^2 + 2y^2 + z^2) \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{2z^2} \right)$.

.....Hết.....

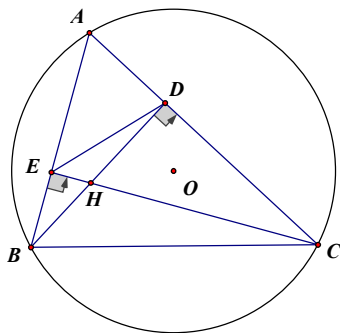
HƯỚNG DẪN CHUNG

- +) Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.
- +) Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tương ứng với biểu điểm của hướng dẫn chấm.
- +) Các tình huống phát sinh trong quá trình chấm do Hội đồng chấm thi quy định, thống nhất bằng biên bản.

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
Bài I 2,0 điểm	1)	Tính giá trị của biểu thức khi	0,5
		Thay $x = 4$ (TMĐK) vào biểu thức	0,25
		Tính được $A = \frac{4 - \sqrt{4 + 3}}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{5}{3}$.	0,25
	2)	Rút gọn biểu thức B.	1,0
		$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} + 1}{1 - x}$ $= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} + \frac{\sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} - \frac{\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$	0,25
		$= \frac{x + \sqrt{x} + \sqrt{x} - 1 - \sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{x + \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$	0,25
		$= \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1}$	0,25
	3)	Chứng minh: $A > B$.	0,5
		$A > B \Leftrightarrow \frac{x - \sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 1} > \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1} \Leftrightarrow \frac{x - \sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1} > 0$ $\Leftrightarrow \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} > 0 \Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x} + 1} > 0$	0,25

Bài II 2,0 điểm		Với $x \geq 0, x \neq 1$ ta có $\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 1 > 0$	
		Vì $x \neq 1$ nên $(\sqrt{x} - 1)^2 > 0 \Rightarrow \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x} + 1} > 0$ $\Rightarrow A > B$ (đpcm)	0,25
		Một tổ công nhân dự định làm xong 240 sản phẩm trong một thời gian quy định. Nhưng khi thực hiện, nhờ cải tiến kỹ thuật nên mỗi ngày tổ đã làm tăng thêm 10 sản phẩm so với dự định. Do đó tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày. Hỏi khi thực hiện mỗi ngày tổ làm được bao nhiêu sản phẩm? Giả sử số sản phẩm tổ làm được mỗi ngày là như nhau.	1,5
		Gọi số sản phẩm tổ công nhân dự định làm mỗi ngày là x (sản phẩm, $x \in \mathbb{N}^*$)	0,25
		Vì thực tế mỗi ngày tổ đã làm tăng thêm 10 sản phẩm so với dự định nên thực tế mỗi ngày tổ làm được: $x + 10$ (sản phẩm)	0,25
		+) Thời gian dự định làm 240 sản phẩm là: $\frac{240}{x}$ (ngày). +) Thời gian thực tế làm 240 sản phẩm là: $\frac{240}{x + 10}$ (ngày).	0,25
		+) Vì tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày nên ta có phương trình: $\frac{240}{x} - \frac{240}{x + 10} = 2$	0,25
		$\Leftrightarrow \frac{240(x + 10) - 240x}{x(x + 10)} = 2$ $\Rightarrow 240x + 2400 - 240x = 2x^2 + 20x$ $\Leftrightarrow x^2 + 10x - 1200 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + 40x - 30x - 1200 = 0$ $\Leftrightarrow (x - 30)(x + 40) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ x = -40 \end{cases}$	0,25
		Đổi chiều điều kiện và kết luận khi thực hiện mỗi ngày tổ làm được $30 + 10 = 40$ sản phẩm.	0,25
	2)	Một lọ thủy tinh đựng hóa chất dạng hình trụ có bán kính đáy là 5 cm, chiều cao là 12 cm. Người ta dán nhãn kín mặt xung quanh của lọ này để ghi các thông tin về hóa chất bên trong. Tính diện tích giấy cần dùng để làm nhãn đó (Biết độ dày của giấy là không đáng kể và lấy $\pi \approx 3,14$).	0,5

Bài III 2,5 điểm		Diện tích giấy cần dùng để làm nhãn bằng diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy là 5 cm, chiều cao là 12 cm và bằng : $S_{xq} = 2\pi Rh$	0,25
		$\Rightarrow S_{xq} \approx 2.3,14.5.12 = 376,8\text{ (cm}^2\text{)}$ Diện tích giấy cần dùng để làm nhãn đó xấp xỉ $376,8\text{ cm}^2$.	0,25
		Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + \frac{2}{\sqrt{y}-1} = 6 \\ 3x - \frac{4}{\sqrt{y}-1} = 13 \end{cases} \quad (I).$	1,0
		Điều kiện: $y \geq 0; y \neq 1$	0,25
	1)	$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{6}{\sqrt{y}-1} = 18 \\ 3x - \frac{4}{\sqrt{y}-1} = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{2}{\sqrt{y}-1} = 6 \\ \frac{10}{\sqrt{y}-1} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{2}{\sqrt{y}-1} = 6 \\ \sqrt{y}-1 = 2 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 9\text{ (tm)} \end{cases}$	0,25
		Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (5; 9)$.	0,25
	2)	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = 2mx + 2m + 1$ và parabol $(P): y = x^2$ (với m là tham số). a) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2.	1,5
		b) Tìm tất cả các giá trị của m sao cho $\frac{1}{(x_1+2)^2} + \frac{1}{(x_2+2)^2} = 2$.	
		a) +) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 = 2mx + 2m + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2mx - 2m - 1 = 0 \quad (1).$	0,25
		+) Có $a - b + c = 1 + 2m - 2m - 1 = 0$ nên pt (1) có hai nghiệm là: $x = -1$ và $x = 2m + 1$	0,25
		+) Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì pt (1) phải có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -1 \neq 2m + 1 \Leftrightarrow m \neq -1$.	0,25
		b) +) Với $m \neq -1$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt	0,25

Bài IV 3,0 điểm		+) Vì vai trò của x_1, x_2 trong hệ thức $\frac{1}{(x_1 + 2)^2} + \frac{1}{(x_2 + 2)^2} = 2$ là như nhau nên ta có: $\frac{1}{(-1 + 2)^2} + \frac{1}{(2m + 1 + 2)^2} = 2$ (điều kiện: $m \neq -\frac{3}{2}$)			
		$\Leftrightarrow 1 + \frac{1}{(2m + 3)^2} = 2 \Leftrightarrow (2m + 3)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 3 = 1 \\ 2m + 3 = -1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -2 \end{cases}$	0,25		
		Đổi chiều điều kiện và kết luận $m = -2$	0,25		
	1)	Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Hai đường cao BD, CE của tam giác cắt nhau tại H. Chứng minh tứ giác $BCDE$ nội tiếp được.		1,0	
			+) Vẽ hình đúng đến câu 1.	0,25	
			+) Chỉ ra $\widehat{BDC} = 90^0$ và $\widehat{BEC} = 90^0$	0,25	
			+) Xét tứ giác $BCDE$ có $\widehat{BDC} = \widehat{BEC} = 90^0$	0,25	
			Mà hai đỉnh D và E kề nhau cùng nhìn cạnh BC $\Rightarrow$ tứ giác $BCDE$ nội tiếp.	0,25	
		2)	Chứng minh $AE \cdot AB = AD \cdot AC$.		1,0
			+) Chỉ ra $\widehat{AED} = \widehat{ACB}$ (cùng bù với $\widehat{DEB}$)		0,25
			$\Rightarrow \Delta ADE$ đồng dạng với ΔABC theo trường hợp góc – góc.		0,25
	$\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$		0,25		
	$\Rightarrow AE \cdot AB = AD \cdot AC$		0,25		
		Các tiếp tuyến tại B, C của đường tròn (O) cắt nhau tại P, PO cắt BC tại I. Qua P vẽ đường thẳng song song với DE cắt AB, AC lần lượt tại hai điểm K và M. Gọi J là trung điểm của đoạn thẳng AH, JI cắt DE tại N. Chứng minh ΔMPC cân tại P và ba điểm A, N, P thẳng hàng.		1,0	

		Mà N là trung điểm của DE, P là trung điểm của KM. Do đó $\frac{AE}{AK} = \frac{EN}{KP}$ Xét $\triangle AEN$ và $\triangle AKP$ có $\widehat{AEN} = \widehat{AKP}$, $\frac{AE}{AK} = \frac{EN}{KP}$. Do đó $\triangle AEN \sim \triangle AKP$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{EAN} = \widehat{KAP}$ (hai góc tương ứng). Vậy ba điểm A, N, P thẳng hàng.	0,25
Bài V 0,5 điểm		Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y \leq z$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = (2x^2 + 2y^2 + z^2) \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{2z^2} \right)$.	0,5
		Áp dụng bất đẳng thức Cô – si, ta có $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \geq 2 \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y} = \frac{2}{xy}$ $(x - y)^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy \Leftrightarrow (x + y)^2 \geq 4xy$ $(x - y)^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy \Leftrightarrow 2(x^2 + y^2) \geq (x + y)^2$ Khi đó ta có $P = (2x^2 + 2y^2 + z^2) \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{2z^2} \right)$ $\Rightarrow P \geq \left[(x + y)^2 + z^2 \right] \left(\frac{2}{xy} + \frac{1}{2z^2} \right)$ $\Rightarrow P \geq \left[(x + y)^2 + z^2 \right] \left(\frac{8}{(x + y)^2} + \frac{1}{2z^2} \right)$ $\Rightarrow P \geq \left[\left(\frac{x + y}{z} \right)^2 + 1 \right] \left[8 \cdot \left(\frac{z}{x + y} \right)^2 + \frac{1}{2} \right]$	0,25
		Đặt $t = \left(\frac{x + y}{z} \right)^2$ Do $x + y \leq z$ nên $0 < t \leq 1$ Ta có $P \geq (t + 1) \left(\frac{8}{t} + \frac{1}{2} \right)$ với $0 < t \leq 1$ $\Rightarrow P = \frac{t}{2} + \frac{8}{t} + \frac{17}{2} = \left(\frac{t}{2} + \frac{1}{2t} \right) + \frac{15}{2t} + \frac{17}{2} \geq 2\sqrt{\frac{t}{2} \cdot \frac{1}{2t}} + \frac{15}{2} + \frac{17}{2}$ $\Rightarrow P \geq 1 + \frac{15}{2} + \frac{17}{2} = 17$ $\Rightarrow P \geq 17$	0,25

		Dấu “=” xảy ra khi $x = y = \frac{1}{2}z$ Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 17 khi $x = y = \frac{1}{2}z$	
--	--	--	--