

Câu 1(2,0 điểm):

a) Tính giá trị của biểu thức : $A = \sqrt{(2\sqrt{3} - 4)^2} + \sqrt{12}$

b) Rút gọn biểu thức: $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}$ với $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

Câu 2(2,5 điểm):

1) Xác định hàm số $y = ax + b$ biết đồ thị hàm số đi qua M (2; -3) và song song với đường thẳng $y = 4x - 1$

2) Giải phương trình $3x^2 - 5x + 1 = 0$

3) Cho phương trình $x^2 - 8x + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và $x_1 > x_2$. Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức $M = \frac{x_2\sqrt{x_1} + x_1\sqrt{x_2}}{x_1 - x_2}$

Câu 3: (2,0 điểm)

a, Kết thúc năm học 2022 – 2023 học sinh hai lớp 9A và 9B của một trường THCS tặng lại thư viện trường 494 quyển sách gồm hai loại sách giáo khoa và sách tham khảo. Trong đó, mỗi học sinh lớp 9A tặng 4 quyển sách giáo khoa và 1 quyển sách tham khảo, mỗi học sinh lớp 9B tặng 5 quyển sách giáo khoa và 2 quyển sách tham khảo. Biết số sách giáo khoa nhiều hơn số sách tham khảo là 246 quyển. Tính số học sinh của mỗi lớp?

b, Bác Nam muốn đúc một cống nước hình trụ, không có đáy, cao 1,1m; thành cống dày 8cm và đường kính vành ngoài của cống là 1,2m. Thể tích bê tông cần dùng để đúc cống là bao nhiêu m^3 ? (Bỏ qua hao phí, làm tròn kết quả đến hai chữ số ở phần thập phân và lấy $\pi = 3,14$)

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Lấy điểm I thuộc đoạn thẳng AB sao cho $IA < IB$, kẻ dây MN vuông góc với đường kính AB tại I. Trên đoạn MI lấy điểm E (E khác M, I). Tia AE cắt đường tròn tại điểm thứ hai là K.

a. Chứng minh tứ giác IEKB nội tiếp.

b. Chứng minh $(AE.AK + BI.BA)$ không phụ thuộc vào vị trí điểm I.

c. Xác định vị trí của điểm I sao cho chu vi tam giác MIO đạt giá trị lớn nhất?

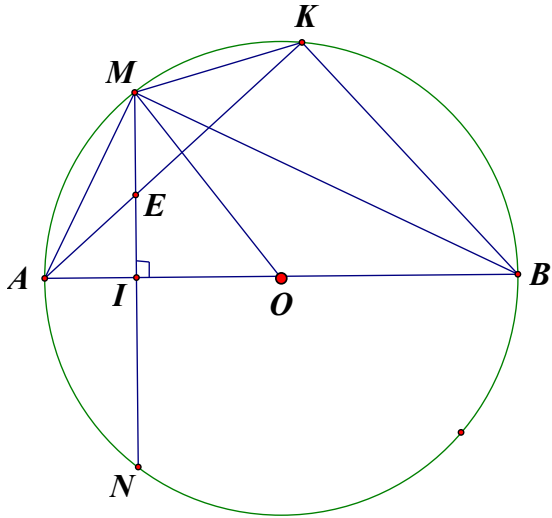
Câu 5(1điểm): Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 5(x^2 - 2) = y^2 - 3y & (1) \\ (6x + 4y - 1)\sqrt{x + y + 1} = (2x + 2y + 1)\sqrt{3x + 2y} & (2) \end{cases}$$

----- Hết -----

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	ý	Đáp án	Điểm
Câu 1 2,5 đ	a) 1,0 đ	$A = \sqrt{(2\sqrt{3} - 4)^2} + \sqrt{12}$ $= 2\sqrt{3} - 4 + \sqrt{12}$ $= 4 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 4$	0,5 0,5
	b) 1,0 đ	Với $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$ thì B luôn xác định, ta có : $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}$ $= \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$ $= \frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$ $= \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$ $= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$	0,25 0,25 0,25 0,25
	c) 0,5 đ	Đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = 4x - 1 \Rightarrow a = 4$ và $b \neq -1$. Ta có hàm số $y = 4x + b$. Đồ thị hàm số $y = 4x + b$ đi qua điểm $A(2; -3)$ nên ta có : $-3 = 4 \cdot 2 + b \Leftrightarrow b = -11 \text{ (t/m)}$ Vậy hàm số cần tìm là $y = 4x - 11$	0,25 0,25
Câu 2 2,0 đ	a) 1,0 đ	Ta có: $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 13$ $\Delta > 0 \Rightarrow$ Phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-(-5) + \sqrt{13}}{2 \cdot 3} = \frac{5 + \sqrt{13}}{6};$ $x_2 = \frac{-(-5) - \sqrt{13}}{2 \cdot 3} = \frac{5 - \sqrt{13}}{6};$ Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \left\{ \frac{5 + \sqrt{13}}{6}; \frac{5 - \sqrt{13}}{6} \right\}$	0,5 0,5

	b) 1,0 đ	Ta có: $\Delta' = (-4)^2 - 1.4 = 12$ $\Delta > 0 \Rightarrow$ Phương trình có 2 nghiệm phân biệt: Theo định lí Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \\ x_1 \cdot x_2 = 4 \end{cases}$ Vì $x_1 + x_2 > 0$; $x_1 x_2 > 0$ nên $x_1 > 0$; $x_2 > 0$ Ta có: $M = \frac{x_2 \sqrt{x_1} + x_1 \sqrt{x_2}}{x_1 - x_2} = \frac{\sqrt{x_1 x_2} (\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})}{(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})(\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2})}$ $= \frac{\sqrt{x_1 x_2}}{\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}}$ Ta có $(\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2})^2 = x_1 + x_2 - 2\sqrt{x_1 x_2} = 8 - 2\sqrt{4} = 4$. Mặt khác $x_1 > x_2$ nên $\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} = \sqrt{4} = 2$. Do đó $M = \frac{\sqrt{x_1 x_2}}{\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}} = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1$	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 3 2,0 đ	a) 1,5 đ	Gọi x là số học sinh các lớp 9A, 9B lần lượt là x (HS), y(HS) Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}^*$. Số sách giáo khoa mà học sinh lớp 9A tặng là 4x (quyển) Số sách tham khảo mà học sinh lớp 9A tặng là x (quyển) Số sách giáo khoa mà học sinh lớp 9B tặng là 5y (quyển) Số sách tham mà học sinh lớp 9B tặng là 2y (quyển) Vì tổng số sách cả 2 lớp gom được là 494 quyển nên ta có phương trình: $5x + 7y = 494$ (1)	0,25 0,5

		Vì số sách giáo khoa nhiều hơn số sách tham khảo là 246 quyển nên ta có phương trình: $(4x+5y) - (x + 2y) = 246$ $\Leftrightarrow 4x + 5y - x - 2y = 246$ $\Leftrightarrow x + y = 82 \quad (2)$ Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 5x + 7y = 494 \\ x + y = 82 \end{cases}$. Giải hệ pt trên ta được: $x = 40, y = 42$ (thỏa mãn) Vậy số học sinh lớp 9A là 40, số học sinh lớp 9B là 42.	0,25 0,25 0,25
	b) 0,5 đ	Đổi $8 \text{ cm} = 0,08 \text{ m}$ Bán kính vành ngoài của cổng là: $R = 1,2 : 2 = 0,6 \text{ (m)}$ Bán kính vành trong của cổng là $r = R - 0,08 = 0,6 - 0,08 = 0,52 \text{ m}$ Thể tích bê tông cần dùng là: $V = \pi R^2 h - \pi r^2 h = 3,14 \cdot 1,1 \cdot (0,6^2 - 0,52^2)$ $\approx 0,31 (\text{m}^3)$ Vậy thể tích bê tông cần dùng là $0,31 \text{ (m}^3\text{)}$	0,25 đ 0,25 đ
Câu 4 3,0 đ		Vẽ đúng hình câu a) 	0,5

a) 1,0 đ	HS chứng minh được $\widehat{AKB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) Xét tứ giác IEKB có: $\widehat{EIB} = 90^\circ$ (vì AB vuông góc với MN) $\widehat{EKB} = 90^\circ$ (cm trên) $\Rightarrow \widehat{EIB} + \widehat{EKB} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. $\Rightarrow$ Tứ giác IEKB nội tiếp.	0,5 0,5
b) 1,0 đ	Ta có: $\widehat{AMN} = \widehat{AKM}$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau AM, BM) $\Rightarrow \triangle AME \sim \triangle AKM$ (g.g) ($\widehat{AMN} = \widehat{AKM}$; $\widehat{AMN} = \widehat{AKM}$) Suy ra: $AE \cdot AK = AM^2$ (1) Tam giác AMB vuông tại M, đường cao MH. Áp dụng hệ thức cạnh và đường cao trong tam giác vuông AMB ta có: $BI \cdot BA = BM^2$ (2) Cộng vế theo vế của (1) và (2) suy ra: $AE \cdot AK + BI \cdot BA = AM^2 + BM^2 = AB^2 = 4R^2$ Vậy $(AE \cdot AK + BI \cdot BA)$ không phụ thuộc vào vị trí điểm I.	0,5 0,25 0,25
c) 0,5 đ	Ta có chu vi tam giác MIO là $C = OI + MO + IO$. Do $MO = R$ không đổi nên C lớn nhất khi và chỉ khi $(MI + IO)$ lớn nhất. Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopski ta có: $(MI + IO)^2 \leq 2(MI^2 + IO^2) = 2R^2$ Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $IO = MI = \frac{R\sqrt{2}}{2}$ Vậy chu vi tam giác MIO lớn nhất khi I cách O một khoảng là $\frac{R\sqrt{2}}{2}$	0,25 0,25

Câu 5 0,5 đ		Đk xác định: (Thử kết quả) Từ (2) ta có phương trình: $2(3x + 2y)\sqrt{x + y + 1} - \sqrt{x + y + 1} = 2(x + y + 1)\sqrt{3x + 2y} - \sqrt{3x + 2y}$ $a = \sqrt{x + y + 1} \geq 0 \Rightarrow a^2 = x + y + 1$ Đặt $b = \sqrt{3x + 2y} \geq 0 \Rightarrow b^2 = 3x + 2y$ ta có phương trình: $2b^2a - a = 2a^2b - b \Leftrightarrow (a - b)(2ab + 1) = 0 \Leftrightarrow (a - b) = 0 \Leftrightarrow a = b$ (vì $2ab + 1 > 0$)	0,25
		Với $a = b$ ta có: $\sqrt{x + y + 1} = \sqrt{3x + 2y} \Leftrightarrow x + y + 1 = 3x + 2y \Leftrightarrow y = 1 - 2x$ Thay vào (1) ta có: $5x^2 - 10 = (1 - 2x)^2 - 3(1 - 2x) \Leftrightarrow 5x^2 - 10 = 4x^2 - 4x + 1 - 3 + 6x$ $\Leftrightarrow 5x^2 - 10 = 4x^2 - 4x + 1 - 3 + 6x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$ $\Leftrightarrow x = -2; x = 4$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases}; \begin{cases} x = 4 \\ y = -7 \end{cases}$ Thử kết quả: Ta có $\begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases}$ là nghiệm Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (-2; 5)$	0,25

Chú ý: + HS làm cách khác đúng cho điểm tương ứng

+ Hình học: Không vẽ hình, vẽ hình sai không chấm

+ Điểm của cả bài thi không làm tròn (tính đến 0,25).