

Câu 1 (5,0 điểm).

1. Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{x-4} \right) : \left(\frac{3}{x} - \frac{6-x}{x\sqrt{x}+2x} \right)$ xác định với $x > 0; x \neq 4$.

a. Rút gọn biểu thức P .

b. Tìm tất cả các giá trị của x để $P = 9$.

2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(x^2 + 2x)(x^2 + 2x - 2 - m) + m = 0$

có bốn nghiệm phân biệt.

Câu 2 (5,0 điểm).

1. Giải phương trình: $\sqrt{2x+5} - \sqrt{x+2} = \frac{x+3}{5}$.

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^4 + (x-y)^2 = 2x^3y + y^2 \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{4-2y} + \sqrt{4+2(x+y)-x^2} = 5 \end{cases}$$

Câu 3 (3,0 điểm).

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + 2x^2y + 1 = y^2$.

2. Tìm số nguyên dương nhỏ nhất có bốn chữ số tận cùng là 2020 và chia hết cho 2019.

Câu 4 (6,0 điểm).

Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng; B nằm giữa A và C . Trên cùng nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AC vẽ hai nửa đường tròn đường kính AB, AC . Trên nửa đường tròn đường kính AB lấy điểm M (M không trùng với A, B). Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt AB tại H và cắt nửa đường tròn đường kính AC tại N . Gọi P là giao điểm của BM và CN . Đường thẳng qua B vuông góc với AB cắt nửa đường tròn đường kính AC tại K ; Q là giao điểm của KN và BP .

a. Chứng minh rằng: $\widehat{APB} = \widehat{ACP}$; $AP^2 = AB \cdot AC$.

b. Chứng minh rằng AQ là phân giác của góc $\widehat{PAK}$.

c. Cho $AC = 7(cm)$; $AB = 4(cm)$. Tính độ dài đoạn PK khi PK là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AC .

Câu 5 (1,0 điểm).

Cho ba số dương a, b, c thay đổi thỏa mãn điều kiện $16(a+b+c) \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$.

Chứng minh rằng $\frac{1}{(2a+b+c)^2} + \frac{1}{(2b+c+a)^2} + \frac{1}{(2c+a+b)^2} \leq 3$.

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.