

Ngày thi: 14/3/2023

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1. (4,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}+3} - \frac{5}{a+\sqrt{a}-6} + \frac{1}{2-\sqrt{a}}$, với $a \geq 0; a \neq 4$.

b) Giải phương trình $3x+5+\sqrt{x-1}=4\sqrt{3x+1}$.

Câu 2. (4,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + xy + 2 = y^2 + y \\ (x^2 + 2)(x - y + 1) = -3y \end{cases}$$

b) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \frac{a}{\sqrt{b+3}} + \frac{b}{\sqrt{c+3}} + \frac{c}{\sqrt{a+3}}$.

Câu 3. (4,0 điểm)

a) Với n là số nguyên, chứng minh rằng giá trị của biểu thức $A = 3n^3 - 3n^2 + n + 1$ không chia hết cho 125.

b) Tìm tất cả các bộ ba số nguyên tố $(p; q; r)$ thỏa mãn $(p^2 + 1)(q^2 + 3) = r^2 + 21$.

Câu 4. (7,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) . Gọi (I) là đường tròn đi qua A và tiếp xúc với BC tại C . Đường trung tuyến AD của tam giác ABC cắt đường tròn (I) tại M (M khác A). Đường thẳng BM cắt AC và đường tròn (O) lần lượt tại H và F (F khác B). Đường thẳng CM cắt AB và đường tròn (O) lần lượt tại K và E (E khác C).

a) Chứng minh $\triangle DBM \sim \triangle DAB$;

b) Chứng minh $AKMH$ là tứ giác nội tiếp;

c) Đường thẳng BM cắt đường tròn (I) tại Q (Q khác M). Chứng minh đường thẳng AF đi qua trung điểm của đoạn thẳng CQ .

Câu 5. (1,0 điểm)

Một phố nhỏ có 44 người trong độ tuổi từ 1 đến 85 (tuổi của mỗi người là một số nguyên dương). Chứng minh rằng trong số những người trên có hai người cùng tuổi hoặc có ba người mà tuổi của một người bằng tổng số tuổi của hai người kia.

..... Hết

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ kí của giám thị 1: Chữ kí của giám thị 2: