

I/ TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

A. ĐẠI SỐ

1. Nhân, chia đa thức.
2. Hằng đẳng thức.
3. Phân tích đa thức thành nhân tử.

B. HÌNH HỌC

1. Tứ giác, hình thang, hình thang cân, hình bình hành, hình chữ nhật.
2. Đường trung bình của tam giác, đường trung bình của hình thang.

II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

A. ĐẠI SỐ

Bài 1: Thực hiện phép tính:

- a) $3x(x^2 - 5x + 7)$ b) $-2xy(2x^3 + 5x - 1)$ c) $(x + 4)(-x^2 + 6x + 5)$
- d) $(x^2 - 1)(2x^2 - 3x + 4)$ e) $(x + 2y)(x - 2y)$
- h) $(3x - 1)^2 - 7(x^2 + 2)$
- g) $(6x^2y^5 - xy^3 + 4x^3y^2) : 2xy$ f) $(-12x^3y^4 + 6xy^2 - 18xy) : 6xy$
- i) $(x^3 - 3x^2 + 5x - 6) : (x - 2)$ j) $(6x^3 - 2x^2 - 9x + 3) : (3x - 1)$
- k) $(6x^3 + 3x^2 + 4x + 2) : (3x^2 + 2)$ l) $(x^5 + 4x^3 + 3x^2 - 5x + 15) : (x^3 - x + 3)$

Bài 2: Chứng minh rằng giá trị của các biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến:

- a) $5x^2 - (2x + 1)(x - 2) - x(3x + 3) + 7$ b) $(3x - 1)(2x + 3) - (x - 5)(6x - 1) - 38x$
- c) $(5x - 2)(x + 1) - (x - 3)(5x + 1) - 17(x - 2)$ d) $(x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2) + x^3 + 5$
- e) $(y - 5)(y + 8) - (y + 4)(y - 1)$ f) $x(5x - 3) - x^2(x - 1) + x(x^2 - 6x) - 10 + 3x$

Bài 3: Tìm x, biết:

- a) $(x + 5)(2x + 1) = 0$ b) $x(x + 2) - 3(x + 2) = 0$
- c) $2x(x - 5) - x(3 + 2x) = 26$ d) $x^2 - 8x + 16 = 0$
- e) $x^2 - 10x = -25$ f) $5x(x - 1) = x - 1$

$$g) 2(x+5) - x^2 - 5x = 0$$

$$h) x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$i) x^3 - 5x^2 + 8x - 4 = 0$$

$$i) (2x+3)^2 - 4(x+1)(x-1) = 49$$

$$j) x^3 + x^2 + x + 1 = 0$$

$$k) x^3 - x^2 = 4x^2 - 8x + 4$$

$$m) 2x^3 - x^2 + 3x + 6 = 0.$$

$$n) (x^2 + x)(x^2 + x + 1) = 6.$$

$$o) (x^2 - 4x)^2 - 8(x^2 - 4x) + 15 = 0. \quad p) (x-1)^3 + (2-x)(4+2x+x^2) + 3x(x+2) = 17.$$

$$b) (x-2)^3 - (x-3)(x^2 + 3x + 9) + 6(x+1)^2 = 15.$$

Bài 4: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

$$a) 5x^2z - 15xyz + 30xz^2$$

$$b) x^2 - 9 - (x-3)(5-2x)$$

$$c) x^2 - 2xy + y^2 - z^2$$

$$d) 5x(x-1) - 3(x-1)$$

$$e) x^2 + 4x + 3$$

$$f) x^3 - x + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - y$$

$$g) x^2 - x - y^2 - y$$

$$h) 16x - 5x^2 - 3$$

$$i) x^3 - 4x$$

$$j) 2x^2 - 6x$$

$$k) x^3 - 3x^2 - 4x + 12$$

$$l) x^2 - y^2 - 5x + 5y$$

$$m) (x^2 + x)^2 + 4x^2 + 4x - 12.$$

$$n) x(x+1)(x+2)(x+3) + 1.$$

$$o) x^4 + 1024$$

$$p) (x+2)(x+3)(x+4)(x+5) - 24.$$

Bài 5: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$a) x^3 - 9x^2 + 27x - 27 \text{ với } x = 13$$

$$b) 9x^2 + 42x + 49 \text{ với } x = 1$$

$$c) (x+1)(x^2 + 2x + 4) - x^2(x+3) \text{ với } -\frac{10}{3}.$$

$$d) 4\left(\frac{3}{4}x - 1\right) + (12x^2 - 3x) : (-3x) - (2x - 1) \text{ với } x = 3.$$

$$e) B = (x-3)^2 - (8x+3)(3-x) + x(x-3) \text{ tại } x = 103.$$

f) Cho x, y là 2 số khác nhau sao cho: $x^2 - y = y^2 - x$. Tính giá trị của biểu thức.

$$A = x^2 + 2xy + y^2 - 3x - 3y.$$

Bài 6: Tìm giá trị nhỏ nhất (hoặc lớn nhất) của các biểu thức sau:

a) $A = x^2 + 4x + 7$

b) $B = x^2 - x + 1$

c) $C = 4x - x^2 + 3$ d) $D = 2x - 2x^2 - 5$

Bài 7: Chứng minh rằng các biểu thức sau không âm với mọi x, y .

a) $A = x^2 - 8x + 16$

b) $B = 4x^2 - 12x + 11$

c) $C = x^2 - x + 1$

d) $D = (15x - 1)^2 + 3(7x + 3)(x + 1) - (x^2 - 73)$

e) $E = x^2 + 5y^2 + 2x + 6y + 34$

f) $F = x^2 - 2x + y^2 + 4y + 6$

g) $G = 5x^2 + 10y^2 - 6xy - 4x - 2y + 9$

h) $H = 5x^2 + y^2 - 4xy - 2y + 8x + 2021$

Bài 8: Xác định a, b sao cho

a) $x^4 + ax^2 + 1$ chia hết cho $x^2 + x + 1$.

b) $3x^3 + ax^2 + bx + 9$ chia hết cho $x^2 - 9$.

Bài 9: Tìm $n \in \mathbb{Z}$ để giá trị của đa thức

a) $10n^2 + n - 10$ chia hết cho giá trị của đa thức $n - 1$.

b) $2n^2 - 7n^2 + 13n + 2$ chia hết cho giá trị của đa thức $2n - 1$.

Bài 10: Đa thức $P(x)$ khi chia cho $x - 2$ thì dư 5, khi chia cho $x - 3$ thì dư 7. Tìm phần dư của đa thức $P(x)$ khi chia cho $(x - 2)(x - 3)$.

B. HÌNH HỌC

Bài 11: Cho tam giác ABC , các trung tuyến BM, CN cắt nhau tại G . Gọi P là điểm đối xứng của M qua G , Q là điểm đối xứng của N qua G .

a) Tứ giác $MNPQ$ là hình gì? Vì sao?

b) Nếu tam giác ABC cân tại A thì $MNPQ$ là hình gì?

Bài 12: Cho $\triangle ABC$. Gọi O là một điểm thuộc miền trong của tam giác. M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng OB, OC, AC, AB .

a) Chứng minh tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

b) Xác định vị trí điểm O để tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.

Bài 13: Cho tam giác ABC , $A = 90^\circ$, M thuộc cạnh BC . Gọi D, E lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ M đến AB, AC

a) Xác định dạng của tứ giác $ADME$.

b) Gọi I là trung điểm của DE . Chứng minh: A, I, M thẳng hàng.

c) Điểm M ở vị trí nào trên BC thì DE có độ dài nhỏ nhất. Tìm độ dài đó biết $AB = 15$ cm, $AC = 20$ cm.

Bài 14: Cho tam giác ABC , $A = 90^\circ$, đường cao AH . Gọi D, E thứ tự là chân đường vuông góc kẻ từ H đến AB, AC .

a) Chứng minh: $AH = DE$.

b) Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của HB, HC . Chứng minh $DIKE$ là hình thang vuông.

c) Tính độ dài đường trung bình của hình thang $DIKE$ nếu $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm.

Bài 15: Cho hình bình hành $ABCD$, tia phân giác A cắt tia phân giác B và tia phân giác D lần lượt tại P, Q .

a) Chứng minh rằng: $BP \parallel DQ$ và $AP \perp BP, AQ \perp DQ$.

b) Tia phân giác C, A cắt BP, DQ lần lượt tại N và M . Tứ giác $MNPQ$ là hình gì? Vì sao?

c) Chứng minh rằng: $NM \parallel AB, QP \parallel AD$.

d) Giả sử $AB > AD$. Chứng minh rằng: $MP = NQ = AB - AD$.

e) Chứng minh rằng: AC, BD, MP, NQ đồng quy.

Bài 16: Cho hình chữ nhật $ABCD$. Tia phân giác A cắt tia phân giác D tại M , tia phân giác B cắt tia phân giác C tại N . Gọi E, F lần lượt là giao điểm của DM, CN với AB . Chứng minh rằng:

a) $AM = DM = BN = CN = ME = NF$.

b) Tứ giác $DMNC$ là hình thang cân.

c) $AF = BE$.

d) AC, BD, MN đồng quy.

Bài 17: Cho hình chữ nhật $ABCD$. Nối C với một điểm E bất kỳ trên đường chéo BD . Trên tia đối của tia EC lấy điểm F sao cho $EF = EC$. Vẽ FH và FK lần lượt vuông góc với AB và AD . Chứng minh rằng:

a) Tứ giác $AHFK$ là hình chữ nhật.

b) AF song song với BD và KH song song với AC .

c) Ba điểm E, H, K thẳng hàng.

Bài 18: Cho tam giác nhọn ABC , đường cao BH, CK cắt nhau tại E . Qua B kẻ đường thẳng Bx vuông góc với AB , qua C kẻ đường thẳng Cy vuông góc với AC , Bx và Cy cắt nhau tại D .

- a) Tứ giác BDCE là hình gì? Tại sao?
- b) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh M là trung điểm của ED.
- c) Chứng minh tam giác MHK là tam giác cân.
- d) Nếu DE đi qua A thì tam giác ABC là tam giác gì?
- e) Tìm mối liên hệ giữa góc A và góc D của tứ giác ABDC.
- f) Kẻ CQ vuông góc với BD tại Q. Chứng minh tam giác KHQ vuông.

III. BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 19: Chứng minh rằng

- a) $n^5 - n$ chia hết cho 30 với mọi $n \in \mathbb{N}$.
- b) $n^4 - 10n^2 + 9$ chia hết cho 384 với mọi n lẻ.

Bài 20: a) Chứng minh rằng: $N = x^3(x^2 - 7)^2 - 36x : 7 \quad \forall x \in \mathbb{Z}$.

b) Chứng minh rằng: $M = 25n^4 - 2n^3 - n^2 + 2n : 24 \quad \forall n \in \mathbb{Z}$.

Bài 21: Tìm số tự nhiên n để giá trị của biểu thức sau là số nguyên tố.

- a) $A = n^3 - 4n^2 + 4n - 1$.
- b) $B = n^3 - 6n^2 + 9n - 2$.

Bài 22: Cho $x, y, z > 0$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $xy + x + y = 3$, $yz + y + z = 8$, $xz + x + z = 15$. Tính $P = x + y + z$.

Bài 23: a) Cho $x^2y - y^2x + x^2z - z^2x + y^2z + z^2y = 2xyz$. Chứng minh rằng trong 3 số x, y, z ít nhất cũng có 2 số bằng nhau hoặc đối nhau.

b) Chứng minh rằng trong ba số a, b, c tồn tại hai số bằng nhau nếu:
 $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b) = 0$.

Bài 24: Tìm số dư của $x + x^3 + x^9 + x^{27} + x^{81}$ khi chia cho $x - 1$.

Bài 25: Cho $P(x) = x^4 + x^3 - x^2 + ax + b, Q(x) = x^2 + x - 2$, Xác định a, b để $P(x) : Q(x)$.

Bài 26: a) CMR : với mọi x, y, z thì $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$.

b) CMR : với mọi a, b ta có : $\frac{a^2 + b^2}{2} \geq \left(\frac{a + b}{2}\right)^2$.

c) Cho a, b, c là các số thực, CMR : $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$.

d) Cho a, b thỏa mãn: $a + b = 1, a > 0, b > 0$ CMR: $\left(1 + \frac{1}{a}\right)\left(1 + \frac{1}{b}\right) \geq 9$.

e) Cho $a, b > 0$. Chứng minh rằng $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$.

f) Cho $x, y > 0, x + y \leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = 4xy + \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{2}{xy}$.

IV. ĐỀ THAM KHẢO

1. Phần trắc nghiệm:

Câu 1. $(x-1)(x^2-2x+2)$ bằng:

A. $x^3 - x^2 + 4x - 2$.

B. $x^3 - 3x^2 - 2$.

C. $x^3 - 3x^2 - 4x - 2$.

D. $x^3 - 3x^2 + 4x - 2$.

Câu 2. Kết quả của phép tính $x(x-y) + y(x+y)$ tại $x = -3$ và $y = 4$ là:

A. 1

B. -7

C. -25

D. 25

Câu 3. Giá trị của x thỏa mãn biểu thức $x^3 - 3x^2 + 3x - 28 = 0$ là:

A. $x = 4$.

B. $x = 3$.

C. $x = 4$ hoặc $x = -2$.

D. $x = -2$.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của $y = (x-3)^2 + 1$ là

A. 1 khi $x = 3$.

B. 3 khi $x = 1$.

C. 0 khi $x = 3$.

D. không có GTNN trên TXĐ.

Câu 5. Cho các khẳng định sau:

(I): Phép chia đa thức $(3x^3 - 2x^2 + 5)$ cho đa thức $(3x - 2)$ là phép chia hết

(II): Phép chia đa thức $(2x^3 + 5x^2 - 2x + 3)$ cho đa thức $(2x^2 - x + 1)$ là phép chia hết.

A. Cả (I) và (II) đều đúng.

B. Cả (I) và (II) đều sai.

C. (I) đúng, (II) sai.

D. (I) sai, (II) đúng.

Câu 6. Các dấu hiệu sau dấu hiệu nhận biết nào chưa đúng

A. Hình bình hành có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình chữ nhật.

B. Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật.

C. Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật.

D. Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.

Câu 7. Trong tam giác vuông trung tuyến ứng với cạnh huyền có độ dài là 5 cm khi đó độ dài cạnh huyền là

A. 10 cm.

B. 2,5 cm.

C. 5 cm.

D. Cả A,B,C đều sai

Câu 8. Trong hình chữ nhật đường chéo có độ dài là 7 cm, một cạnh có độ dài là $\sqrt{13}$ cm, cạnh còn lại có độ dài?

- A. 6 cm. B. $\sqrt{6}$ cm. D. $\sqrt{62}$ cm. D. Cả A,B,C đều sai.

2. Phần tự luận

Bài 1: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

- a) $4xy - 9x^2$ b) $25 - x^2 + 2xy - y^2$ c) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$

Bài 2:

a) Thực hiện phép tính rồi tính giá trị biểu thức:

$$A = \left(3x^4y^2 - \frac{9}{2}x^3y^2 + 9x^2y^2 - 6xy^2 \right) : \left(\frac{3}{4}xy^2 \right) \text{ khi } x=1 \text{ và } y=2021.$$

b) Xác định a để phép chia sau là phép chia hết: $B = (3x^3 + x^2 + x - a + 1) : (x - 3)$.

Bài 3: Tìm x , biết:

- a) $4x^2 - 24x + 36 = (x - 3)^2$
b) $\left(x + \frac{1}{2} \right)^2 - \left(x + \frac{1}{2} \right)(x + 6) = 0$
c) $(x^2 + 2x)^2 - 2x^2 - 4x = 3$

Bài 5: Cho hình chữ nhật MNPQ. Gọi A là chân đường vuông góc hạ từ P đến NQ. Gọi B;C; D lần lượt là trung điểm của PA; AQ; MN.

- a) Chứng minh rằng : $BC \parallel MN$.
b) Chứng minh rằng tứ giác CDBN là hình bình hành.
c) Gọi E là giao điểm của NB và PC, gọi F là chân đường vuông góc hạ từ D đến NB. Chứng minh rằng tứ giác FDCE là hình chữ nhật.
d) Hạ CG vuông góc với MN tại G; BC cắt NP tại H, chứng minh rằng DB cắt GH tại trung điểm mỗi đường.

Bài 6: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $K = xy(x - 2)(y + 6) + 13x^2 + 4y^2 - 16x + 24y + 46$.

-----Hết-----

Chúc các con ôn tập tốt!