

Bài 1 (5 điểm). Cho biểu thức $P = \frac{x-1}{x} + \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} + \frac{x^2-x\sqrt{x}+\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-x\sqrt{x}}$ với $(x > 0, x \neq 1)$

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tính giá trị của P biết $x = (\sqrt{14} - \sqrt{6})(5 + \sqrt{21})\sqrt{5 - \sqrt{21}}$

Bài 2 (4 điểm).

a) Cho $a, b, c \neq 0$ và $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$. Tính giá trị của biểu thức:

$$T = \frac{a^{2021} + b^{2021} + c^{2021}}{(a + b + c)^{2021}}$$

b) Tìm các số nguyên tố a, b thỏa mãn: $a^2 - 6b^2 = 1$

Bài 3 (4 điểm).

a) Giải phương trình: $3\sqrt{x-2} + 2x = \sqrt{x+6} + 6$

b) Cho $0 \leq x, y, z \leq 1$. Chứng minh rằng: $x + y^2 + z^3 - xy - yz - zx \leq 1$

Bài 4 (5 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), đường cao AH ($H \in BC$). Trên đoạn HC lấy điểm M sao cho $HM = HA$. Đường thẳng vuông góc với BC tại M cắt AC tại K.

a) Chứng minh ΔBKC đồng dạng với ΔAMC và $BK = AB\sqrt{2}$

b) Gọi I là trung điểm BK. Tính số đo góc AHI.

Bài 5 (2 điểm). Cho 81 điểm phân biệt nằm trong một hình vuông có cạnh bằng 1. Chứng minh rằng tồn tại 6 điểm trong các điểm đã cho nằm trong một đường tròn có bán kính bằng $\frac{1}{5}$.

-----Hết-----

Cán bộ coi khảo sát không giải thích gì thêm.