

Bài 1: (4 điểm)

Câu 1: Tính giá trị của biểu thức: $A = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2.4} + \frac{3}{28} + \frac{4}{7.11} + \frac{5}{176} + \frac{6}{16.22} \right) \cdot \frac{(10^5 - 10.5^5)}{15.7.5^4}$

Câu 2: Cho $B = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2024^2}\right)$. Hãy so sánh B với $\frac{1}{2}$.

Bài 2: (4 điểm)

Câu 1: Chứng minh rằng nếu p và q là các số nguyên tố lớn hơn 3 thì ta có:
 $(p - 1)(p + 1)(q + 1)(q + 2)$ luôn chia hết cho 144.

Câu 2: Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng: $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2} = \frac{ac}{bd}$

Bài 3: (4 điểm)

Câu 1: Tìm các số nguyên x, y lớn nhất thỏa mãn: $\frac{5x^2}{74} + \frac{3y^2}{37} = 1$

Câu 2: Tìm x, biết: $\frac{x-4}{2020} + \frac{x-3}{2021} + \frac{x-2}{2022} + \frac{x-1}{2023} + \frac{x-2034}{5} = 2$.

Bài 4: (6 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A và $AB < AC$. Các tia phân giác của góc A và góc C cắt nhau tại O. Từ O kẻ OM vuông góc với BC, OH vuông góc với AC (M thuộc BC, H thuộc AC). Lấy điểm I trên đoạn MC sao cho $MI = AH$. Gọi K là giao điểm của MH và AI.

a) Chứng minh: $\triangle AHO$ và $\triangle CHM$ là các tam giác cân.

b) Vẽ P thuộc MH sao cho IP song song với AC. Chứng minh: K là trung điểm của AI.

c) Chứng minh 3 điểm B, O, K thẳng hàng và $\widehat{KBI} = \widehat{IAH}$.

Bài 5: (2 điểm)

Gọi độ dài các cạnh của tam giác ABC là a, b, c; các đường cao tương ứng với các cạnh đó lần lượt là h_a, h_b, h_c . Độ dài các cạnh của tam giác này tỉ lệ với nhau như thế nào, biết rằng $(h_a + h_b) : (h_b + h_c) : (h_a + h_c) = 6 : 8 : 10$.

----- Hết -----
(Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh: