

I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM:

A. ĐẠI SỐ:

1. Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn:

- + Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế, phương pháp cộng đại số
- + Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình.

2. Hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$

- + Phương trình bậc hai một ẩn
- + Công thức nghiệm, công thức nghiệm thu gọn của phương trình bậc hai

B. HÌNH HỌC:

1. Góc với đường tròn:

- + Góc ở tâm.
- + Góc nội tiếp.
- + Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung
- + Góc có đỉnh bên trong, bên ngoài đường tròn.
- + Cung chứa góc

2. Tứ giác nội tiếp:

- + Định nghĩa, tính chất
- + Các dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp.

II. BÀI TẬP:

A. ĐẠI SỐ:

Dạng 1. Rút gọn biểu thức:

Bài 1. Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x} + 4}{x + 4}$ và $B = \frac{x}{x - 16} - \frac{2}{\sqrt{x} - 4} - \frac{2}{\sqrt{x} + 4}$ với $x \geq 0, x \neq 16$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Tìm các số thực x để biểu thức $C = AB$ có giá trị lớn nhất.

Bài 2. Cho hai biểu thức: $A = \frac{x - \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$ và $B = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{2}{\sqrt{x} + 3} - \frac{9\sqrt{x} - 3}{x + \sqrt{x} - 6}$ với $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 4$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Chứng minh rằng $B > 0$ thì $A > 3$.

Bài 3. Cho hai biểu thức: $A = \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{x}{4-x}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}}$ với $x \geq 0; x \neq 4$

1) Rút gọn biểu thức A . 2) Cho $A=3$, tính giá trị của biểu thức $\frac{B}{2A}$

3) Tìm x biết $A(\sqrt{x}-2) + 5\sqrt{x} = x + 4 + \sqrt{x+16} + \sqrt{9-x}$

Bài 4. Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} - \frac{10-5\sqrt{x}}{x-5\sqrt{x}+6}$ với $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$ 2) Rút gọn biểu thức B .

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = A:B$.

Bài 5. Cho hai biểu thức $A = \frac{4(\sqrt{x}+1)}{25-x}$ và $B = \left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}+5} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ với $x \geq 0; x \neq 25$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$. b) Rút gọn biểu thức B .

c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P = A.B$ đạt giá trị nguyên lớn nhất.

Bài 6. Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+5}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$. b) Chứng minh $B = \frac{2}{\sqrt{x}+1}$.

c) Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức $P = 2A.B + \sqrt{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Dạng 2. Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn:

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - 4y = 12 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2(x+y) - 3(y-1) = 4 \\ (x+y) + (y-1) = 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2(x+y) + \sqrt{x+1} = 4 \\ (x+y) - 3\sqrt{x+1} = -5 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 4\sqrt{x} - \sqrt{y-1} = 2 \end{cases} \quad \text{e) } \begin{cases} \frac{2}{|x-2|} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{6}{|x-2|} - \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$$

Bài 2. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x + my = 2 \\ mx - 2y = 1 \end{cases}$

a) Tìm m để nghiệm của hệ có dạng $(2; y)$.

b) Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ mà $S = 2x - y$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 3. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x + 2y = m + 3 \\ 2x - 3y = m \end{cases}$ (I) (m là tham số)

1) Giải hệ phương trình (I) khi $m = 1$.

2) Tìm m để hệ (I) có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn: $x + y = -3$.

Bài 4. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + my = 1 \\ mx + 2y = 1 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình khi $m = 2$.

b) Tìm các số nguyên m để cho hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ với $x; y$ là các số nguyên.

Bài 5. Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} mx - y = 2 \\ 3x + my = 5 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình với $m = -1$.

b) Tìm m ($m \neq 0$) để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn: $x + y = 1 - \frac{m^2}{m^2 + 3}$.

Bài 6. Cho hệ phương trình hai ẩn x, y với m là tham số:
$$\begin{cases} mx + 2my = m + 1 \\ x + (m + 1)y = 2 \end{cases}$$

a) Chứng minh nếu hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thì điểm $M(x; y)$ luôn thuộc một đường thẳng cố định khi m thay đổi.

b) Xác định m để điểm $M(x; y)$ thuộc góc phần tư thứ nhất.

c) Xác định m để điểm $M(x; y)$ thuộc đường tròn có tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng $\sqrt{5}$.

Dạng 3. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

Bài 1. Hai lớp 9A và 9B có tổng số 80 bạn. Trong đợt quyên góp sách vở ủng hộ các bạn học sinh vùng bị thiên tai, bình quân mỗi bạn lớp 9A ủng hộ 2 quyển; mỗi bạn 9B ủng hộ 3 quyển. Vì vậy cả hai lớp ủng hộ 198 quyển sách vở. Tính số học sinh của mỗi lớp.

Bài 2. Quãng đường AB dài 650km. Hai ô - tô khởi hành từ A và B đi ngược chiều nhau. Nếu cùng khởi hành thì sau 10 giờ chúng sẽ gặp nhau. Nếu xe đi từ B khởi hành trước xe kia 4 giờ 20 phút thì hai xe gặp nhau sau khi xe đi từ A khởi hành được 8 giờ. Tính vận tốc mỗi xe.

Bài 3. Hai vòi nước cùng lúc chảy vào một bể không có nước thì sau 3 giờ 20 phút bể đầy. Người ta cho vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ, vòi thứ hai chảy trong 2 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{4}{5}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Bài 4. Trong một trang sách, nếu bớt đi 4 dòng và mỗi dòng bớt đi 3 chữ thì cả trang sẽ bớt đi 136 chữ, nếu tăng thêm 3 dòng và mỗi dòng tăng thêm 2 chữ thì cả trang sẽ tăng 109 chữ. Tính số dòng trong trang và số chữ của mỗi dòng.

Bài 5. Một tàu thủy chạy xuôi dòng sông 66 km hết một thời gian bằng thời gian tàu chạy ngược dòng 54 km. Nếu tàu chạy xuôi dòng 22 km và ngược dòng 9 km thì hết 1 giờ. Tính vận tốc riêng của tàu thủy và vận tốc dòng nước (biết vận tốc riêng của tàu thủy và vận tốc dòng nước không đổi).

Bài 6. Ba năm trước, tuổi cha bằng 7 lần tuổi con trừ bớt 1. Năm nay, tuổi cha bằng 4 lần tuổi con cộng thêm 5. Hỏi năm nay, mỗi người bao nhiêu tuổi ?

Bài 7. Một mảnh vườn hình chữ nhật. Nếu tăng chiều dài thêm 3m và tăng chiều rộng thêm 2m thì diện tích mảnh vườn tăng thêm 45m^2 . Nếu giảm chiều dài đi 2m và tăng chiều rộng thêm 2m thì diện tích mảnh vườn không thay đổi. Tính diện tích của mảnh vườn đó ?

Bài 8. Tổng của chữ số hàng đơn vị và hai lần chữ số hàng chục của một số có hai chữ số là 10. Nếu đổi chỗ chữ số hàng chục và hàng đơn vị cho nhau thì sẽ được số mới nhỏ hơn số ban đầu 18 đơn vị. Tìm số có hai chữ số đó.

Dạng 4. Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) - Phương trình bậc hai một ẩn:

Bài 1. Cho hàm số $y = f(x) = (2m-1)x^2$.

a) Xác định m để đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; -2)$.

b) Vẽ đồ thị (P) của hàm số khi $m = -\frac{1}{2}$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a) $x^2 - 7x + 12 = 0$ b) $3x^2 - 2x = x^2 + 3x - 6$

Bài 3. Vẽ đồ thị của hai hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và $y = -2x - 3$ trên cùng hệ trục tọa độ.

a) Gọi M, N là giao điểm của hai đồ thị. Xác định tọa độ M, N. b) Tính chu vi và diện tích $\triangle OMN$.

Bài 4. Cho phương trình: $mx^2 + 2m^2x + 1 = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình với $m = 2$.

b) Tìm giá trị của m để phương trình vô nghiệm.

Bài 5. Cho phương trình: $x^2 - 2x + m = 0$ (m là tham số).

a) Xác định m biết phương trình có một trong các nghiệm bằng $1 - \sqrt{2}$.

b) Tìm nghiệm còn lại của phương trình.

Bài 6. Cho phương trình: $mx^2 - 2(m-1)x + m - 1 = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình với $m = -2$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.

c) Tìm m để phương trình có nghiệm kép, có nghiệm duy nhất.

Bài 7. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình với $m = 1$.

b) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

B. HÌNH HỌC:

Bài 1. Cho đường tròn (O) có đường kính $AB = 2R$ và điểm C thuộc đường tròn đó (C khác A và B). Lấy điểm D thuộc dây BC (D khác B và C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại điểm E, tia AC cắt tia BE tại F.

a) Chứng minh FCDE là tứ giác nội tiếp;

b) Chứng minh $DA \cdot DE = DB \cdot DC$;

c) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE. Chứng minh $\widehat{CFD} = \widehat{OCB}$ và IC là tiếp tuyến của (O);

d) Cho biết $DF = R$, tính $\widehat{AFB}$.

Bài 2. Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính AB. Điểm C di động trên nửa đường tròn (C khác A và B), gọi M là điểm chính giữa cung AC. BM cắt AC tại H và cắt tia tiếp tuyến Ax của nửa đường tròn (O) tại K, AM cắt BC tại D.

a) Chứng minh $\triangle ABD$ cân đỉnh B.

b) Chứng minh các tứ giác DMHC; AKDB nội tiếp.

c) Tứ giác AKDH là hình gì? Tại sao?

d) Đường tròn ngoại tiếp $\triangle BHD$ cắt đường tròn (B; BA) tại N. Chứng minh A, C, N thẳng hàng.

Bài 3. Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O; R), dựng các tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến ADE (D, E thuộc (O)). Đường thẳng qua D vuông góc với OB cắt BC, BE lần lượt tại H và K. Vẽ OI vuông góc với AE tại I.

a) Chứng minh: B, I, O, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh: IA là tia phân giác của $\widehat{BIC}$.

c) Chứng minh: $AC^2 = AD \cdot AE$ và tứ giác IHDC nội tiếp.

d) Gọi S là giao điểm của BC và AD. Chứng minh: $\frac{1}{AD} + \frac{1}{AE} = \frac{2}{AS}$ và $DH = HK$.

Bài 4. Cho đường tròn tâm O, đường kính $AB = 8\text{cm}$. Gọi Ax, By lần lượt là các tiếp tuyến tại A và B của (O). Qua điểm M thuộc (O) kẻ tiếp tuyến thứ ba của (O) (M khác A và B), tiếp tuyến này cắt Ax tại C, cắt By tại D, ($AC > BD$).

a) Chứng minh các tứ giác OACM, OBDM là các tứ giác nội tiếp.

b) OC cắt AM tại E, OD cắt BM tại F. Tứ giác OEMF là hình gì?

c) Gọi I là trung điểm của OC và K là trung điểm của OD. Chứng minh tứ giác OIMK là tứ giác nội tiếp.

d) Cho $AC + BD = 10\text{cm}$. Tính diện tích tứ giác OIMK.

Bài 5. Cho đường tròn $\odot O$ và dây cung AB, trên AB lấy điểm C nằm ngoài đường tròn. Từ điểm chính giữa P của cung lớn AB kẻ đường kính PQ cắt dây AB tại D. Tia CP cắt đường tròn tại điểm thứ hai I, các dây AB và QI cắt nhau tại K.

1) Chứng minh tứ giác PDKI nội tiếp

2) Chứng minh $CI \cdot CP = CK \cdot CD$ và $\triangle QAI \sim \triangle BKI$

3) Chứng minh IC là phân giác góc ngoài tại đỉnh I của tam giác AIB

4) Cho A, B, C cố định. Chứng minh khi $\odot O$ thay đổi nhưng vẫn đi qua A, B thì đường thẳng QI luôn đi qua một điểm cố định

III. ĐỀ THAM KHẢO:

Bài 1 (2,5 điểm): Cho hai biểu thức: $M = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{2\sqrt{x}+7}{x-4}$ và $N = \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

- 1) Tính giá trị biểu thức N với $x = \frac{9}{4}$.
- 2) Rút gọn biểu thức $P = M : N$.
- 3) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $P = m + 1$ có nghiệm.

Bài 2 (3,5 điểm):

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2}{3x+2y} + \frac{3}{2x+3y} = 1 \\ \frac{5}{3x+2y} + \frac{3}{2x+3y} = \frac{8}{5} \end{cases}$$

2) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Trong tháng 1, hai tổ công nhân sản xuất được 300 sản phẩm. Sang tháng 2, tổ 1 sản xuất vượt mức 15%, tổ 2 sản xuất vượt mức 20%, do đó cuối tháng 2 cả hai tổ sản xuất được 352 sản phẩm. Hỏi trong tháng 1, mỗi tổ làm được bao nhiêu sản phẩm?

Bài 4 (3,5 điểm): Cho đường tròn tâm O, đường kính AB cố định. Một điểm I nằm giữa A và O sao cho $AI = \frac{2}{3}AO$. Kẻ dây $MN \perp AB$ tại I. Gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN sao cho C không trùng với M, N và B. Nối A với C cắt MN tại E.

- a) Chứng minh tứ giác IECB nội tiếp.
- b) Chứng minh $\triangle AME$ đồng dạng với $\triangle ACM$ và $AM^2 = AE.AC$
- c) Gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle CME$. Tìm vị trí của điểm C để NJ nhỏ nhất.

Bài 5 (0,5 điểm): Cho a, b, c là các số dương. Chứng minh $\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} > 2$

-----Hết-----

Lưu ý: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.