

ĐỀ CHÍNH THỨC

Phần I. Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

Câu 1. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{x-2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x-4}}$ là

- A. $x \geq 4$. B. $x > 4$. C. $x \geq 2$. D. $\begin{cases} x \geq 2 \\ x \neq 4 \end{cases}$.

Câu 2. Biết hệ phương trình $\begin{cases} ax+2y=b+5 \\ by-ax=a+2 \end{cases}$ có nghiệm $(x;y)=(2;1)$. Khi đó $a+b$ bằng

- A. 9. B. 18. C. -18. D. -9.

Câu 3. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = 2x^2$. B. $y = (1-\sqrt{3})x^2$. C. $y = 1-3x$. D. $y = 5x-1$.

Câu 4. Cho phương trình $x^2+4x-5=0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Giá trị của biểu thức $A=(x_1-x_2)^2$ là

- A. -36. B. 36. C. 16. D. -16.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)=(m^2-4)x^2$. Tất cả các giá trị của m để $f(-1)=5$ là

- A. $m=3$. B. $m=-3$. C. $m=4$. D. $m=\pm 3$.

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Cho $AH=4cm$, $BH=2HC$. Độ dài BH bằng

- A. $4\sqrt{2}cm$. B. $2\sqrt{2}cm$. C. $\sqrt{2}cm$. D. $8cm$.

Câu 7. Cho tam giác $\triangle ABC$ vuông cân tại A , biết $AB=4cm$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

- A. $4cm$. B. $4\sqrt{2}cm$. C. $2cm$. D. $2\sqrt{2}cm$.

Câu 8. Ngày 04-06-1783, anh em nhà Mông-gôn-phi-ê (Montgolfier) người Pháp phát minh ra khinh khí cầu dùng không khí nóng. Coi khinh khí cầu này là hình cầu đường kính 11 m. Diện tích mặt khinh khí cầu đó bằng

- A. $\frac{484\pi}{3}m^2$. B. $\frac{121\pi}{3}m^2$. C. $121\pi m^2$. D. $121m^2$.

Phần II. Tự luận (8,0 điểm)

Bài 1. (1,5 điểm)

a) Chứng minh đẳng thức: $\frac{2}{1-\sqrt{3}} - 3\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - \sqrt{12} = -7$

b) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

Bài 2. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(2m + 1)x - 3 = 0$ (1) (m là tham số).

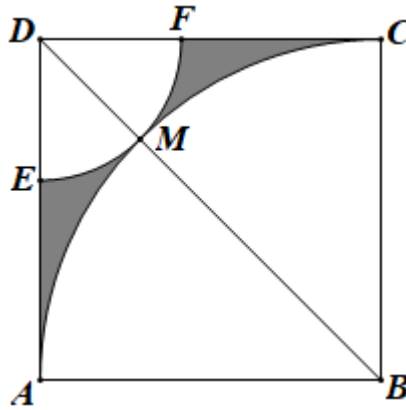
a) Giải phương trình (1) với $m = -2$.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 > x_2$ và $2|x_1| = 1 + |x_2|$

Bài 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 - xy + 2 = 0 \\ y^2 - xy - x - 1 = 0 \end{cases}$$

Bài 4. (3,0 điểm).

1. Cho hình vuông $ABCD$ có chu vi là 40 cm . Vẽ cung tròn $(B; BA)$ cắt đường chéo BD tại M , cung tròn $(D; DM)$ cắt các cạnh DA, DC lần lượt tại E, F (hình vẽ bên). Tính diện tích phần hình vuông $ABCD$ ở ngoài hai cung tròn. (phần tô đậm trong hình, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



2. Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O , có 2 đường cao BE, CF ($E \in AC, F \in AB$) cắt nhau tại H . Tia AO cắt BC tại M và cắt (O) tại N .

a) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp và $\widehat{AEF} = \widehat{ANC}$

b) Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu của M trên AB, AC . Chứng minh $\triangle HFE \sim \triangle NCB$ và $HE \cdot MQ \cdot HB = HF \cdot MP \cdot NC$

Bài 5. (1,0 điểm)

a) Giải phương trình: $x + \sqrt{2x - 3} = 1 + \sqrt{5x^2 - 12x + 8}$

b) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1} = 2$. Chứng minh rằng :
 $ab + bc + ca \geq 12$

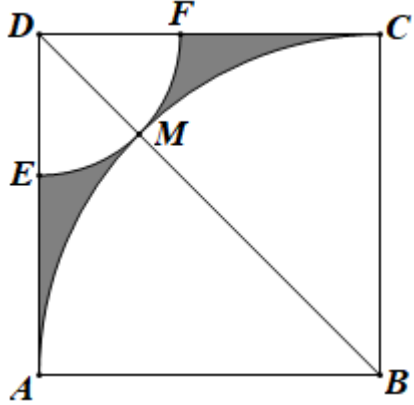
----- HẾT -----

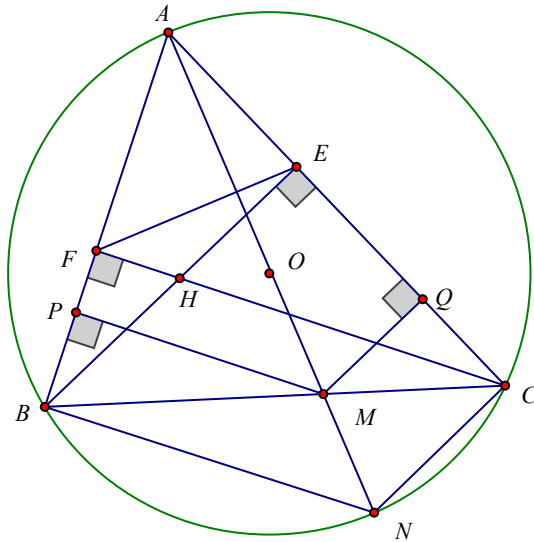
Mỗi câu lựa chọn đúng đáp án được 0,25 điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	<i>D</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>D</i>	<i>A</i>	<i>D</i>	<i>C</i>

BÀI	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
Bài 1 (1,5điểm)	1.1	Chứng minh $\frac{2}{1-\sqrt{3}} - 3 \cdot \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - \sqrt{12} = -7$	0,5
		$\frac{2}{1-\sqrt{3}} - 3 \cdot \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - \sqrt{12}$ $= \frac{2(1+\sqrt{3})}{-2} - 3 \cdot \sqrt{3}-2 - 2\sqrt{3}$ $= -1 - \sqrt{3} - 3 \cdot (2 - \sqrt{3}) - 2\sqrt{3}$	0,25
		$= -1 - \sqrt{3} - 6 + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$ $= -7$ Vậy $\frac{2}{1-\sqrt{3}} - 3 \cdot \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - \sqrt{12} = -7$	0,25
	1.2	Rút gọn biểu thức: $A = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$	1,0
		$A = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$ $A = \frac{15\sqrt{x}-11}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} - \frac{3\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$	0,25
		$A = \frac{15\sqrt{x}-11}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} - \frac{(3\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} - \frac{(2\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$ $A = \frac{15\sqrt{x}-11-3x-7\sqrt{x}+6-2x-\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$	0,25

		$A = \frac{-5x+7\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$ $A = \frac{(\sqrt{x}-1)(2-5\sqrt{x})}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$A = \frac{2-5\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ Vậy với $x \geq 0$ và $x \neq 1$ thì $A = \frac{2-5\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$	0,25
Bài 2 (1,5điểm)	2.1	Giải phương trình (1) với $m = -2$.	0,5
		Với $m = -2$, phương trình trở thành $x^2 + 6x - 3 = 0$	0,25
		$\Delta' = 9 + 3 = 12 > 0$ Phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x = -3 + 2\sqrt{3}$; $x = -3 - 2\sqrt{3}$ Vậy $m = -2$ thì phương trình có hai nghiệm $x = -3 + 2\sqrt{3}$; $x = -3 - 2\sqrt{3}$	0,25
	2.2	Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 > x_2$ và $2 x_1 = 1 + x_2 $	1,0
		Ta có $a.c = 1.(-3) = -3 < 0$ với mọi m Vậy mọi m phương trình luôn có hai nghiệm trái dấu.	0,25
		Áp dụng hệ thức Viét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(2m+1) & (2) \\ x_1 \cdot x_2 = -3 & (3) \end{cases}$	0,25
		Do mọi m phương trình luôn có hai nghiệm trái dấu, mà $x_1 > x_2 \Rightarrow \begin{cases} x_1 > 0 \\ x_2 < 0 \end{cases}$ Nên $2 x_1 = 1 + x_2 \Leftrightarrow 2x_1 = 1 - x_2 \Leftrightarrow x_2 = 1 - 2x_1$ Thay $x_2 = 1 - 2x_1$ vào (3) ta được phương trình $2x_1^2 - x_1 - 3 = 0$ $\Leftrightarrow (x_1 + 1) \cdot (2x_1 - 3) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \text{ (ktm)} \\ x_1 = \frac{3}{2} \text{ (tm)} \end{cases}$ Với $x_1 = \frac{3}{2} \Rightarrow x_2 = -2$	0,25
		Thay $x_1 = \frac{3}{2}$; $x_2 = -2$ vào (2) tìm được $m = \frac{-5}{8}$ Vậy $m = \frac{-5}{8}$ là giá trị cần tìm	0,25
Bài 3 (1,0điểm)	3	Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - xy + 2 = 0 \\ y^2 - xy - x - 1 = 0 \end{cases}$	1,0
		$\begin{cases} x^2 - xy + 2 = 0 & (1) \\ y^2 - xy - x - 1 = 0 & (2) \end{cases}$ Giải (2): $y^2 - xy - x - 1 = 0$	0,25

		$\Leftrightarrow (y+1)(y-x-1)=0$ $\Leftrightarrow y+1=0 \text{ hoặc } \Leftrightarrow y=x+1$	
		Với $y+1=0 \Leftrightarrow y=-1$. Thay $y=-1$ vào phương trình (1) ta được phương trình $x^2+x+2=0$ Phương trình này có $\Delta=1-4.2=-7<0$ $\Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm	0,25
		Với $y=x+1$, thay $y=x+1$ vào (1) ta được $x^2-x.(x+1)+2=0$ $\Leftrightarrow x=2$ $\Rightarrow y=3$	0,25
		Vậy hệ có nghiệm $(x;y)=(2;3)$	0,25
Bài 4 (3,0điểm)	4.1		1,0
		Độ dài cạnh hình vuông $AB=40:4=10\text{ cm}$ Diện tích hình vuông là $S_1=AB^2=10^2=100(\text{cm}^2)$	0,25
		Diện tích quạt tròn BAC là $S_2=\frac{\pi.AB^2.90}{360}=\frac{\pi.10^2.90}{360}=25\pi(\text{cm}^2)$	0,25
		Xét tam giác ABD vuông tại A có $BD^2=AB^2+AD^2 \Rightarrow BD^2=100+100$ Từ đó tính được $BD=10\sqrt{2}(\text{cm})$ $\Rightarrow DM=BD-BM=10\sqrt{2}-10(\text{cm})$ Diện tích quạt DEF: $S_3=\frac{\pi.DM^2.90}{360}=\frac{\pi.(10\sqrt{2}-10)^2.90}{360}=(75-50\sqrt{2})\pi(\text{cm}^2)$	0,25
		Diện tích cần tính là: $S=S_1-S_2-S_3=100-25\pi-(75-50\sqrt{2})\pi \approx 7,98(\text{cm}^2)$	0,25
	4.2a	Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp và $\widehat{AEF}=\widehat{ANC}$.	1,0


$$BE \perp AC \text{ (gt)}$$

$$\Rightarrow \widehat{BEC} = 90^\circ$$

Chúng minh tương tự ta được $\widehat{BFC} = 90^0$

0,25

Xét tứ giác $BFEC$ có $\widehat{BEC} = \widehat{BFC}$

Mà E, F là hai đỉnh kề

Vậy tứ giác $BFEC$ nội tiếp (dnhb)

Vì tứ giác $BFEC$ nội tiếp(cmt)

$$\Rightarrow \widehat{FBC} + \widehat{FEC} = 180^0 \text{ (tc)}$$

Mà $\widehat{AEF} + \widehat{FEC} = 180^0$ (hai góc kề bù)

$$\Rightarrow \widehat{FBC} = \widehat{AEF}$$

Mà $\widehat{ABC} = \widehat{ANC}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{AC}$)

$$\Rightarrow \widehat{AEF} = \widehat{ANC}$$

0,25

0,25

0,25

4.2b	Chứng minh $\Delta HFE \simeq \Delta NCB$ và $HE.MQ.HB = HF.MP.NC$
-------------	--

1,0

Do AN là đường kính của (O)

$$\Rightarrow \widehat{ABN} = 90^0 \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)}$$

$$\Rightarrow BN \perp AB$$

$$\Rightarrow BN \parallel HC \text{ (vì cùng vuông góc với } AB \text{)}$$

Chúng minh tương tự ta được $BH \parallel CN$

$\Rightarrow$ tứ giác BHCN là hình bình hành

Do $BN \parallel HC \Rightarrow \widehat{HCB} = \widehat{CBN}$ (hai góc so le trong)

Lại có tứ giác $BFEC$ nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{FCB} = \widehat{FEB} \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn } \widehat{BF} \text{)}$$

$$\Rightarrow \widehat{FEH} = \widehat{CBN} \quad (= \widehat{HCB})$$

0,25

Chứng minh tương tự ta được $\widehat{EFH} = \widehat{BCN}$

Xét ΔHFE và ΔNCB

$$\text{C6} \quad \widehat{FEH} = \widehat{CBN}$$

0,25

		$\widehat{EFH} = \widehat{BCN}$ $\Rightarrow \Delta HFE \sim \Delta NCB$ (g.g)	
		Xét tam giác ANC có $MQ \parallel NC$ (cùng vuông góc với AC) $\Rightarrow \frac{MQ}{NC} = \frac{AM}{AN}$ Chứng minh tương tự ta được $\frac{MP}{NB} = \frac{AM}{AN}$ $\Rightarrow \frac{MQ}{NC} = \frac{MP}{NB} \Rightarrow \frac{MQ}{MP} = \frac{NC}{NB}$	0,25
		Mà $\Delta HFE \sim \Delta NCB \Rightarrow \frac{HF}{HE} = \frac{NC}{NB}$ $\Rightarrow \frac{MQ}{MP} = \frac{HF}{HE} \Rightarrow MQ \cdot HE = MP \cdot HF$ Mà $HB = NC$ (Tứ giác $BHCN$ là hình bình hành) $\Rightarrow MQ \cdot HE \cdot HB = MP \cdot HF \cdot NC$	0,25
Bài 5 (1,0điểm)	5.1	<i>Giải phương trình</i> $x + \sqrt{2x-3} = 1 + \sqrt{5x^2 - 12x + 8}$	0,50
		$x + \sqrt{2x-3} = 1 + \sqrt{5x^2 - 12x + 8} \quad \left(\text{ĐK: } x \geq \frac{3}{2} \right)$ $\Leftrightarrow x - 1 + \sqrt{2x-3} = \sqrt{5(x-1)^2 - (2x-3)}$ Đặt $a = x - 1; b = \sqrt{2x-3}$ ($a > 0$ vì $x \geq \frac{3}{2}$; $b \geq 0$) Phương trình trở thành $a + b = \sqrt{5a^2 - b^2}$ $\Leftrightarrow (a+b)^2 = 5a^2 - b^2$ (vì $a > 0, b \geq 0 \Rightarrow a+b > 0$) $\Leftrightarrow (a-b)(2a+b) = 0$ $\Leftrightarrow a = b$ (vì $a > 0, b \geq 0 \Rightarrow 2a+b > 0$)	0,25
		Từ đó ta được $\sqrt{2x-3} = x - 1$ $\Leftrightarrow 2x - 3 = (x-1)^2$ (vì $x \geq \frac{3}{2} \Rightarrow x - 1 > 0$) $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$ () $\Leftrightarrow x = 2$ (Thỏa mãn điều kiện) Vậy phương trình có nghiệm $x = 2$	0,25
	5.2	Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1} = 2$. Chứng minh rằng : $ab + bc + ca \geq 12$	0,50
		Từ giả thiết ta có: $\frac{a}{a+1} = 1 - \frac{b}{b+1} + 1 - \frac{c}{c+1} = \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1}$ Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có	0,25

	$\frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} \geq \frac{2}{\sqrt{(b+1)(c+1)}} \Rightarrow \frac{a}{a+1} \geq \frac{2}{\sqrt{(b+1)(c+1)}}$ Tương tự ta được $\frac{b}{b+1} \geq \frac{2}{\sqrt{(a+1)(c+1)}}; \frac{c}{c+1} \geq \frac{2}{\sqrt{(b+1)(a+1)}}$ Khi đó ta được $\frac{a.b}{(a+1).(b+1)} \geq \frac{4}{(c+1)\sqrt{(b+1)(a+1)}}$ $\Rightarrow a.b \geq \frac{4 \sqrt{(b+1)(a+1)}}{(c+1)}$ Tương tự ta được : $b.c \geq \frac{4 \sqrt{(b+1)(c+1)}}{(a+1)}; a.c \geq \frac{4 \sqrt{(a+1)(c+1)}}{(b+1)}$ $\Rightarrow a.b + b.c + c.a \geq \frac{4 \sqrt{(b+1)(a+1)}}{(c+1)} + \frac{4 \sqrt{(b+1)(c+1)}}{(a+1)} + \frac{4 \sqrt{(c+1)(a+1)}}{(b+1)}$	
	Mặt khác theo bất đẳng thức Cauchy ta có $\frac{\sqrt{(b+1)(a+1)}}{(c+1)} + \frac{\sqrt{(b+1)(c+1)}}{(a+1)} + \frac{\sqrt{(c+1)(a+1)}}{(b+1)} \geq 3$ $\Rightarrow a.b + b.c + c.a \geq 12 \text{ dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } a = b = c = 2$ Vậy với a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1} = 2$ thì $ab + bc + ca \geq 12$	0,25