

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho biểu thức $P = \left(\frac{5+4\sqrt{x}}{2x+5\sqrt{x}-12} - \frac{2}{2\sqrt{x}-3} + \frac{3}{\sqrt{x}+4} \right) : \left(\sqrt{x} + \frac{5-6\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} \right)$ với $x \geq 0, x \neq \frac{9}{4}$.

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tìm giá trị lớn nhất của P .

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $x^2 + x - 6 = 3(x-2)\sqrt{x+1}$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 - 2x - xy + y + 1 = 0 \\ x^2 + 3x - \sqrt{y^2 + 5x - 1} - 2 = 0 \end{cases}$$

Câu 3. (1,75 điểm)

a) Cho x, y là các số nguyên dương thỏa mãn $x^2 - y$ và $x^2 + y$ đều là các số chính phương. Chứng minh y là số chẵn.

b) Tìm các số nguyên dương a, b thỏa mãn $a^3 - 2(a+b)^2 = b^3 + 19$.

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O . Hai đường cao BD, CE của tam giác ABC cắt nhau tại H . Tia phân giác của góc BAC cắt đường thẳng BD và đường tròn (O) theo thứ tự tại M và I (I khác A). Đường thẳng BD cắt đường tròn (O) tại K (K khác B), hai đường thẳng AC và IK cắt nhau tại Q , hai đường thẳng QH và AB cắt nhau tại P . Chứng minh:

a) Tứ giác $AMQK$ nội tiếp;

b) Tam giác APQ cân tại A ;

c) $\frac{1}{BC} + \frac{1}{DE} = \frac{1}{MQ}$.

Câu 5. (0,75 điểm)

Trên bảng cho 2023 số nguyên phân biệt, mỗi số đều có dạng $a^2 + b^2$ trong đó a, b là các số nguyên. Mỗi lần ta thực hiện một phép biến đổi như sau: Xóa hai số tùy ý rồi viết thêm một số bằng tích của hai số vừa xóa. Hỏi sau một số lần biến đổi, trên bảng có số bằng 26.3^{2023} hay không? Giải thích tại sao?

..... Hết

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.