

ÔN TẬP GIỮA HỌC KÌ 1 - TOÁN 9

PHẦN 1 - RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN

Bài 1: (3,0 điểm) Thu gọn các biểu thức sau

a) $\left(6\sqrt{1\frac{1}{3}} + 12\sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{(-3)^2}\right) \cdot \sqrt{3}$

b) $\sqrt{|40\sqrt{2} - 57|} - \sqrt{40\sqrt{2} + 57}$

c) $\left(\frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} - 1} + \frac{\sqrt{14} - \sqrt{7}}{1 - \sqrt{2}}\right)(\sqrt{7} + \sqrt{5})$

ĐS: a) $30 - 3\sqrt{3}$; b) -10 ; c) -2 .

Bài 2: (3,0 điểm) Rút gọn biểu thức:

a) $(\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{60}$.

b) $\sqrt{(3 - \sqrt{2})^2} + \sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$.

c) $\frac{2\sqrt{5} - 7\sqrt{15}}{2 - 7\sqrt{3}} + \frac{31}{6 + \sqrt{5}}$.

ĐS: a) 8; b) 6; c) 6.

Bài 3: (2,0 điểm) Rút gọn biểu thức:

a) $\sqrt{79 - 30\sqrt{6}} + \sqrt{(2\sqrt{6} - 5)^2}$.

b) $\left(\frac{\sqrt{21} - \sqrt{56}}{\sqrt{3} - 2\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{7} + 2}\right) \cdot \frac{2}{\sqrt{7} - 1}$.

ĐS: a) $-\sqrt{3a}$; b) $\sqrt{6}$; c) 4;.

Bài 4: (2,0 điểm) Rút gọn biểu thức:

a) $3\sqrt{36a^2} - 2\sqrt{75a} - \sqrt{324a^2} + \sqrt{243a}$ với $a \geq 0$.

b) $\left(\frac{1}{1 + \sqrt{a}} + \frac{2\sqrt{a} + 1}{1 - a}\right) \cdot \left(1 - \frac{a + a\sqrt{a}}{1 + \sqrt{a}}\right)$ với $a \geq 0$ và $a \neq 1$.

ĐS: a) $-\sqrt{3a}$; b) $2 + \sqrt{a}$.

Bài 5: (2,0 điểm) Tính giá trị của các biểu thức sau;

a) $688\sqrt{18} - 6\sqrt{8} + \frac{3}{5}\sqrt{50} - 5\sqrt{98}$.

b) $\frac{5\sqrt{3} + 3\sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{11}{\sqrt{15} - 2}$.

c) $\sqrt{(5 - 3\sqrt{2})^2} + \sqrt{(3 - 3\sqrt{2})^2}$.

ĐS: a) $2\sqrt{15} + 2$; b) $2\sqrt{15} + 2$; c) 2.

Bài 6: (5,0 điểm) Thực hiện các phép tính:

a) $(\sqrt{50} - 3\sqrt{5}) \cdot (3\sqrt{5} + \sqrt{18} + \sqrt{8})$.

b) $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} + \sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2}$.

c) $\left(2 + \frac{3 - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}\right) \cdot \left(2 + \frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - 1}\right)$.

d) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - \frac{19}{5 + \sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

ĐS: a) 6; b) 1; c) 1; d) $\frac{8\sqrt{6}}{3}$

Bài 7: Thực hiện các phép tính sau:

a) $3\sqrt{25} + 4\sqrt{49} - 3\sqrt{81}$.

b) $\sqrt{20} + 2\sqrt{45} - 3\sqrt{80} + \sqrt{125}$.

c) $\sqrt{(4 - \sqrt{15})^2} + \sqrt{(\sqrt{15} + 3)^2}$.

d) $\sqrt{14 + 6\sqrt{5}} + \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$.

ĐS: a) 16; b) $\sqrt{5}$; c) 7; d) $1 + 2\sqrt{5}$.

Bài 8: Rút gọn

a) $\frac{2}{3 + 2\sqrt{2}} - \frac{2}{3 - 2\sqrt{2}}$.

b) $\frac{\sqrt{21} - 7\sqrt{7}}{7 - \sqrt{3}} - \frac{18}{\sqrt{7} - 5}$.

c) $\frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} - 4\sqrt{\frac{3}{2}} - \frac{5}{1 - \sqrt{6}}$.

ĐS: a) $-8\sqrt{2}$; b) 5; c) 1.

Bài 9: (3,0 điểm) Thực hiện các phép tính:

a) $\sqrt{12} - \frac{2}{5}\sqrt{75} + 0,5\sqrt{48} + \sqrt{300}$.

b) $\sqrt{33 - 12\sqrt{6}} + \sqrt{(3 - \sqrt{6})^2}$.

c) $\frac{5\sqrt{3} - 3\sqrt{5}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} + \frac{1}{4 + \sqrt{15}} - \frac{5 - \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1}$.

ĐS: a) $12\sqrt{3}$; b) $\sqrt{6}$; c) $4 - \sqrt{5}$

Bài 10: (3 điểm) Thực hiện các phép tính sau:

a) $5\sqrt{48} - 2\sqrt{300} + 3\sqrt{75}$.

b) $\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \sqrt{30 - 12\sqrt{6}}$.

c) $\frac{5}{\sqrt{7} - \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} - 1}$.

d) $(\sqrt{6} + \sqrt{2})\sqrt{2 - \sqrt{3}}$.

ĐS: a) $15\sqrt{3}$; b) $2\sqrt{2} - \sqrt{3}$; c) $\sqrt{7}$; d) 2.

Bài 11: (2,0 điểm) Thực hiện các phép tính sau:

a) $3\sqrt{32} - \frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{3}\sqrt{24} - 6\sqrt{\frac{1}{2}}$.

ĐS: $\sqrt{2}$.

b) $\frac{2\sqrt{3} - \sqrt{21}}{2 - \sqrt{7}} + \frac{12}{3 + \sqrt{3}} + \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$.

ĐS: 8.

c) $\frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{x - y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{2y}{\sqrt{y}}$.

ĐS: $2\sqrt{x}$.

Bài 12: (2,0 điểm) Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{2}{3}\sqrt{54} + 3\sqrt{96} - \sqrt{20}\sqrt{\frac{6}{5}}$.

ĐS: $12\sqrt{6}$.

b) $\sqrt{(2 - \sqrt{7})^2} - \sqrt{37 + 12\sqrt{7}}.$

ĐS: $-5 - \sqrt{7}.$

c) $\frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{5}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{10} + \sqrt{11}} + \frac{\sqrt{55} - \sqrt{44}}{\sqrt{5} - 2}.$

ĐS: $2\sqrt{10}.$

Bài 13: (3,0 điểm) Rút gọn biểu thức

a) $2\sqrt{18} - \frac{3}{4}\sqrt{32} + 3\sqrt{50} - 2\sqrt{1\frac{7}{2}}.$

b) $\sqrt{17 + 3\sqrt{32}} \cdot \sqrt{(\sqrt{8} - 3)^2}.$

c) $\frac{1}{\sqrt{10} + 3} + \frac{5\sqrt{2} - 2\sqrt{5}}{\sqrt{2} - \sqrt{5}}.$

ĐS: a) $15\sqrt{2};$ b) 1; c) $-3.$

Bài 14: (3 điểm) Tính

a) $5\sqrt{48} - 2\sqrt{300} + 3\sqrt{75} - 15\sqrt{3}.$

b) $\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \sqrt{30 - 12\sqrt{6}}.$

c) $\frac{5}{\sqrt{7} - \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} - 1}.$

d) $(\sqrt{6} + \sqrt{2})\sqrt{2 - \sqrt{3}}.$

ĐS: a) $15\sqrt{3};$ b) $2\sqrt{2} - \sqrt{3};$ c) $\sqrt{7};$ d) 2

Bài 15: (3,0 điểm) Tính

a) $\sqrt{27} - \frac{1}{4}\sqrt{48} + 3\sqrt{12} - \sqrt{147}.$

b) $\sqrt{29 - 12\sqrt{5}} - \sqrt{(3 - 4\sqrt{5})^2}.$

c) $\frac{3}{2\sqrt{3} - 3} - \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} - \sqrt{27}.$

ĐS: a) $\sqrt{3};$ b) $-2\sqrt{5};$ c) $3 - \sqrt{5}$

Bài 16: (2,0 điểm) Thực hiện các phép tính sau:

a) $\sqrt{(1 - 2\sqrt{3})^2} - \sqrt{13 + 4\sqrt{3}};$

b) $\frac{6 - \sqrt{6}}{\sqrt{6} - 1} - 9\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{4}{2 - \sqrt{6}}.$

ĐS: a) $-2;$ b) 4.

Bài 17: (2,0 điểm) Tính

a) $5\sqrt{48} - 6\sqrt{27} + \frac{1}{2}\sqrt{12};$

b) $\sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2} + \sqrt{19 + 6\sqrt{10}}.$

ĐS: a) $3\sqrt{3};$ b) $2\sqrt{10}.$

Bài 18: Tính

a) $3\sqrt{108} - 10\sqrt{5} - 2\sqrt{147} + 5\sqrt{20}.$

b) $\sqrt{14 - 6\sqrt{5}} + \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}.$

c) $\frac{8}{\sqrt{5} + 1} + \frac{5\sqrt{5} + 1}{6 - \sqrt{5}} - \frac{5 - \sqrt{5}}{\sqrt{5}}.$

ĐS: a) $4\sqrt{3};$ b) 1; c) $2\sqrt{5}.$

Bài 19: Rút gọn các biểu thức sau

a) $3\sqrt{7} - 2\sqrt{63} + 5\sqrt{28}$. b) $\sqrt{7+2\sqrt{6}} + \sqrt{(5-\sqrt{6})^2}$. c) $\frac{1}{\sqrt{5}-2} + \frac{1}{\sqrt{5}+2}$.

ĐS: a) $7\sqrt{7}$; b) 6; c) $2\sqrt{5}$.

Bài 20: (2,0 điểm) Rút gọn biểu thức

a) $\sqrt{(3\sqrt{5}-7)^2} + \sqrt{49+12\sqrt{5}}$. b) $\left(\frac{8}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} - \frac{7-\sqrt{28}}{\sqrt{7}-2}\right) : \frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{7}}$

ĐS: a) 9; b) 5.

Bài 21: (2,0 điểm) Rút gọn biểu thức

a) $3\sqrt{100a} - \sqrt{242a^2} - 2\sqrt{225a} + \sqrt{338a^2}$ với $a \geq 0$.

b) $\left(\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}} + \frac{1-\sqrt{a}}{a+\sqrt{a}}\right) : \left(1 - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1}\right)$ với $a > 0$

ĐS: a) $2a\sqrt{2}$; b) $\sqrt{a}-1$.

Bài 22: (2,5 điểm) Thực hiện các phép tính sau:

a) $\sqrt{75} - 2\sqrt{108} + \sqrt{192} - \frac{6}{\sqrt{12}}$;

b) $\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - 21\sqrt{\frac{2}{3}} + \frac{10}{3\sqrt{6}-7}$;

c) $\sqrt{(\sqrt{11}-4)^2} + \sqrt{\sqrt{4}} \cdot \sqrt{10+3\sqrt{11}}$.

ĐS: a) 0; b) 14; c) 7.

Bài 23: (3,0 điểm) Thực hiện các phép tính sau:

a) $3\sqrt{8} - 6\sqrt{\frac{1}{18}} + \frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}}$; b) $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}$; c) $\frac{4}{\sqrt{3}+1} - \frac{5}{\sqrt{3}-2} - \frac{6}{\sqrt{3}-3}$.

ĐS: a) $1+4\sqrt{2}$; b) 1; c) $11+8\sqrt{3}$.

Bài 24: (2 điểm) Tính

a) $\sqrt{(1-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{13+4\sqrt{3}}$;

b) $\frac{6-\sqrt{6}}{\sqrt{6}-1} - 9\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{4}{2-\sqrt{6}}$.

ĐS: a) -2; b) 4.

Bài 25: (3,0 điểm) Thực hiện phép tính:

a) $3\sqrt{32} - \frac{2}{3}\sqrt{18} + \frac{4}{5}\sqrt{50}$;

b) $\sqrt{(2\sqrt{3}-5)^2} - \sqrt{61-28\sqrt{3}}$;

c) $\frac{2\sqrt{3}-6}{\sqrt{2}-1} - \frac{5}{\sqrt{6}+1}$.

ĐS: a) $14\sqrt{2}$; b) -2; c) $\sqrt{6}+2\sqrt{3}-6\sqrt{2}-5$.

Bài 26: (1,5 điểm) Rút gọn biểu thức $\left(\frac{\sqrt{a}+2}{a+2\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}-2}{a-1}\right) \cdot \frac{(\sqrt{a}+1)^2}{\sqrt{a}}$ với $a > 0, a \neq 1$
ĐS: $\frac{2}{\sqrt{a}-1}$.

Bài 27: (1,5 điểm) Cho biểu thức $K = \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right)$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức K .

b) Tìm giá trị của x để $K > 0$.

ĐS: a) $S = \frac{1-x}{\sqrt{x}}$; b) $x < 1$ và $x > 0$.

Bài 28: (0,5 điểm) Rút gọn biểu thức biết $x > 0, x \neq 9$.

$$A = \left(\frac{x-6\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}-3} + \frac{x-1}{\sqrt{x}+1}\right) : \frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}.$$

ĐS: 2

Bài 29: (0,5 điểm) Rút gọn biểu thức biết $x > 0, x \neq 9$.

$$\left(\frac{x-6\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}-3} + \frac{x-1}{\sqrt{x}+1}\right) : \frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

ĐS: 2

Bài 30: Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{x^2-4x+4} - 5x + 2$ với $x > 2$.

ĐS: $A = -4x$.

Bài 31: Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $x < y$ và $2x + y = 2\sqrt{3xy - 3x^2}$.

Tính giá trị của biểu thức $M = \frac{\sqrt{x}+2\sqrt{y}}{\sqrt{x}-3\sqrt{y}}$.

ĐS: -1.

Bài 32: (1,0 điểm) Cho $T = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{4-6\sqrt{x}}{1-x}$ với $x \geq 0; x \neq 1$. Rút gọn T .

ĐS: $T = \frac{-1}{1+\sqrt{x}}$.

Bài 33: (2,0 điểm) Cho các biểu thức: $A = \frac{2\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-3}; B = \frac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} + \frac{x+9}{9-x}; x \geq 0, x \neq 9$.

a) Tính giá trị của A khi $x = 4$.

b) Rút gọn biểu thức B .

c) Biết $C = \frac{B}{A}$, tìm x để $C < \frac{-1}{3}$.

ĐS: a) $A = 8$; b) $B = \frac{3}{3-\sqrt{x}}$; c) $0 \leq x < \frac{25}{4}$.

PHẦN 2 - GIẢI PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN

Bài 1: (2,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $3 - \sqrt{(2x+1)^2} = 0.$

b) $\sqrt{25x-75} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-27} = 8.$

ĐS: a) $S = \{-2; 1\}$; b) $S = \{7\}.$

Bài 2: (1,5 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{16x-48} - \frac{1}{2}\sqrt{4x-12} + 1 = 20\sqrt{\frac{x-3}{25}}$

b) $\sqrt{9x^2-12x+4} - 2x = 1$

ĐS: a) $S = \{4\}$; b) $S = \left\{3; \frac{1}{5}\right\}.$

Bài 3: (2,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{49x+98} - \sqrt{x+2} = 18.$

b) $\sqrt{x^2-10x+25} - 5 = 0.$

ĐS: a) $S = \{7\}$; b) $S = \{0; 10\}.$

Bài 4: (1,5 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{4x-12} - \frac{1}{2}\sqrt{16x-48} + 2 = 6\sqrt{\frac{x-3}{9}}.$

b) $\sqrt{4x^2-12x+9} - x = 1.$

ĐS: a) $S = \{4\}$; b) $S = \left\{4; \frac{2}{3}\right\}.$

Bài 5: (1,0 điểm) Giải phương trình

$$\sqrt{4x-12} + \sqrt{x-3} = 4 + \frac{1}{3}\sqrt{9x-27}.$$

ĐS: $x = 7$

Bài 6: (1 điểm) Giải phương trình $\sqrt{4x^2-4x+1} = 3.$

ĐS: $S = \{2; -1\}.$

Bài 7: (2,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $3\sqrt{9x+9} - 21 = \frac{1}{2}\sqrt{16x+16}.$

ĐS: $x = 8.$

b) $2\sqrt{x^2-4x+4} - 6 = 0.$

ĐS: $x = 5, x = -1.$

Bài 8: (2,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{4x^2-4x+1} = 2019.$

ĐS: $x = 2020, x = -2018.$

b) $\sqrt{9x-18} - \frac{4}{5}\sqrt{25x-50} + 3\sqrt{x-2} = 2\sqrt{5}.$

ĐS: $x = 7.$

Bài 9: (3,0 điểm) Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{36x^2-24x+4} = 2.$

b) $\sqrt{4x-20} - 3\sqrt{\frac{x-5}{9}} = 10 - \sqrt{16x-80}.$

ĐS: a) $S = \left\{\frac{2}{3}; 0\right\}$; b) 9.

Bài 10: (1,0 điểm) Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - 12x + 36} - 4 = x$. **ĐS:** $S = \{1\}$.

Bài 11: (1 điểm) Giải phương trình $\sqrt{3x^2 - 4x + 1} = 3$. **ĐS:** $S = \left\{ \frac{2 + 2\sqrt{7}}{3}; \frac{2 - 2\sqrt{7}}{3} \right\}$

Bài 12: (2,0 điểm) Giải phương trình

a) $\sqrt{2x - 1} = 3$.

b) $\sqrt{9 - 6x + x^2} = 2x - 1$.

ĐS: a) $S = \{5\}$; b) $S = \left\{ \frac{4}{3} \right\}$

Bài 13: (2,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $15 - 2\sqrt{4x^2 - 12x + 9} = 5$;

b) $\sqrt{4x - 12} + \sqrt{25x - 75} - 2\sqrt{\frac{9x - 27}{4}} = 8$.

ĐS: a) $S = \{4; -1\}$; b) $S = \{7\}$.

Bài 14: (1,5 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{2x - 1} = 5$;

b) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 3$.

ĐS: a) $S = \{13\}$; b) $S = \{0; -6\}$.

Bài 15: Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = 3x - 13$.

b) $\sqrt{12x - 8} + \sqrt{27x - 18} - 8\sqrt{\frac{3x - 2}{4}} = 2$.

ĐS: a) $x = 7$; b) $x = 2$.

Bài 16: Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{2x - 1} = 3$.

b) $\sqrt{4x + 3} = \sqrt{x + 1}$.

ĐS: a) $x = 5$; b) $x \in \emptyset$.

Bài 17: (2,5 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x - 4} + \sqrt{25x - 100} = 12$.

b) $\sqrt{x^2 + 12x + 36} - 6 = 0$

ĐS: a) $S = \{8\}$; b) $S = \{-12; 0\}$.

Bài 18: (1,0 điểm) Giải phương trình sau:

$2\sqrt{9x^2 - 12x + 4} - 3 = 4039$.

ĐS: $x = -673$; $x = \frac{2013}{3}$.

Bài 19: (2,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - 3 = 0$.

b) $\sqrt{1 + x} + \frac{1}{2}\sqrt{16x + 16} - 6 = 0$.

c) $3x - \sqrt{x - 1} + 1 = 0$.

ĐS: a) $x = 5$; $x = -1$; b) $x = 3$; c) $x \in \emptyset$.

Bài 20: (2 điểm) Giải phương trình

a) $15 - 2\sqrt{4x^2 - 12x + 9} = 5;$

b) $\sqrt{4x - 12} + \sqrt{25x - 75} - 2\sqrt{\frac{9x - 27}{4}} = 8.$

ĐS: a) $S = \{-1; 4\};$ b) $S = \{4\}.$

Bài 21: (2,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 2x + 2;$

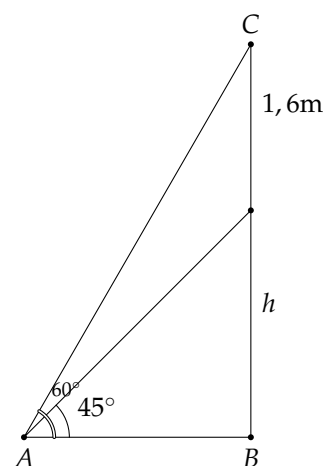
b) $2\sqrt{8 - 4x} + 16\sqrt{\frac{2 - x}{16}} = 24.$

ĐS: a) $S = \left\{-\frac{3}{4}\right\};$ b) $S = \{-7\}.$

PHẦN 4 - TOÁN THỰC TẾ ỨNG DỤNG HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

Bài 1: (1,5 điểm)

Một bức tượng cao 1,6m được đặt trên một cái bệ. Tại một điểm trên mặt đất người ta nhìn thấy đỉnh tượng và đỉnh bệ với các góc nâng lần lượt là 60° và 45° . Tính chiều cao của cái bệ.

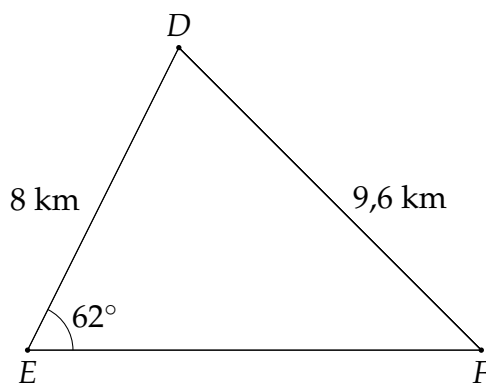


ĐS: $h = \frac{4(\sqrt{3} + 1)}{5} \text{m}.$

Bài 2: (2,0 điểm)

Sơ đồ bản vẽ đường đi nối 3 khu D, E, F gồm ba đường DE, DF, EF được thiết kế theo hình vẽ. ($\triangle DEF$ nhọn).

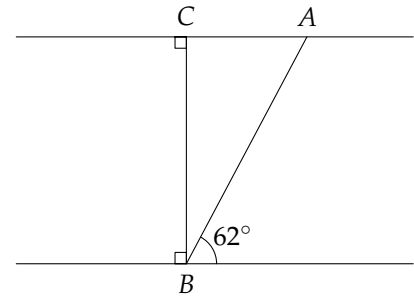
- Khu E cách khu F bao nhiêu km? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).
- So sánh khoảng cách từ khu E đến đường DF với khoảng cách từ khu D đến đường EF.



ĐS: a) $EF \approx 10,27 \text{ km};$ b) $DK \approx 7,06 \text{ km}; EL \approx 7,55 \text{ km}.$

Bài 3: (1,0 điểm)

Một con tàu (Vị trí B) với vận tốc 2km/h vượt qua một khúc sông (vị trí A) nước chảy mạnh mất 5 phút. Biết rằng đường đi của con tàu tạo với bờ một góc 62° . Tính chiều rộng BC của khúc sông? (hình vẽ) (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)



ĐS: $BC = 147,16\text{m}$.

Bài 4: (1,0 điểm)

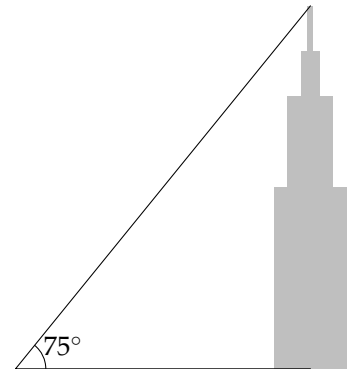
Tháp tài chính Bitexco là một tòa nhà chọc trời được xây dựng tại trung tâm quận nhất, thành phố Hồ Chí Minh. Biết rằng, khi tòa nhà có bóng in trên mặt đất dài $47,5\text{ m}$, thì góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất là 80° . Em hãy tính chiều cao của tháp Bitexco. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



ĐS: 269 m

Bài 5: (1,5 điểm)

Landmark 81, tên gọi chính thức **Vincom Landmark 81**, là một tòa nhà chọc trời trong tổ hợp dự án Vinhomes Central Park. Tòa tháp cao 81 tầng (với 3 tầng hầm). Tòa nhà cao nhất Việt Nam, cao nhất Đông Nam Á, đứng thứ 15 thế giới vào thời điểm hoàn thiện tháng 7 năm 2018 . Dự án được xây dựng ở Tân Cảng, quận Bình Thạnh ven sông Sài Gòn, được khởi công ngày $26/07/2014$. Tòa nhà được khai trương và sử dụng ngày $26/07/2018$. Tại một thời điểm tia sáng mặt trời tạo với mặt đất một góc 75° , người ta đo được bóng của tòa nhà trên mặt đất dài khoảng 124m .



- Hãy ước tính chiều cao của tòa nhà này (làm tròn kết quả đến mét).
- Thời gian thang máy di chuyển từ mặt đất đến Đài quan sát được đặt trên đỉnh của tòa nhà là khoảng bao nhiêu phút, biết thang máy di chuyển với vận tốc 8 mét/giây .

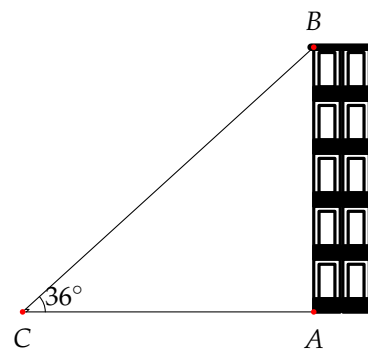
ĐS: a) 463m ; b) $\approx 58\text{ giây}$

Bài 6: Tòa nhà The Landmark 81 là một tòa nhà chọc trời bao gồm 81 tầng. Tòa nhà này cao nhất Đông Nam Á (năm 1918). Tại một thời điểm tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc 75° thì người ta đo được bóng của tòa nhà trên mặt đất dài 125m . Hãy tính chiều cao của tòa nhà (làm tròn đến hàng đơn vị).
ĐS: 467m .

Bài 7:

Một người quan sát đứng cách tòa nhà khoảng 25m (điểm A). Góc nâng từ chỗ anh ta đứng đến nóc tòa nhà (điểm C) là 36° .

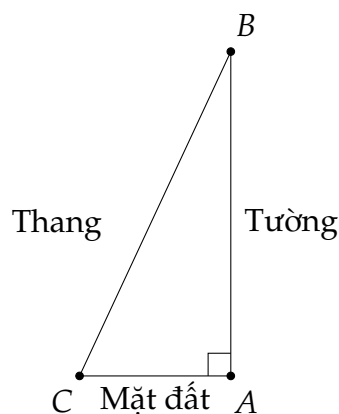
- Tính chiều cao BC của tòa nhà (làm tròn 1 chữ số thập phân).
- Nếu anh ta đi thêm 5m nữa thì đến vị trí D nằm giữa A và B, thì góc nâng từ D đến nóc tòa nhà là bao nhiêu (làm tròn đến phút)?



ĐS: a) 18,6m; b) $48^\circ 18'$

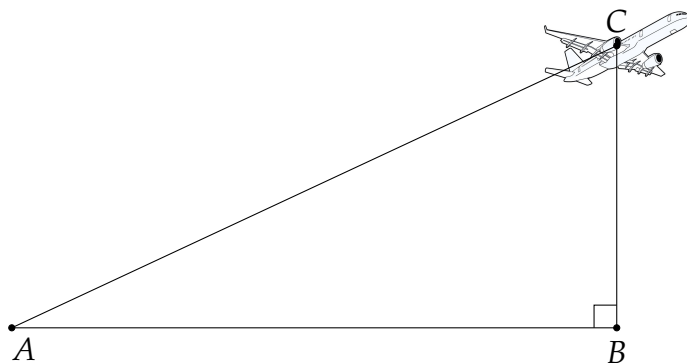
Bài 8:

(1,5 điểm) Một chiếc thang có chiều dài 3m. Ta cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng bằng bao nhiêu để nó tạo với mặt đất một góc "an toàn" là 65° . (tức là đảm bảo thang không bị đổ khi sử dụng)



ĐS: 1,27m

Bài 9: (1,5 điểm) Một máy bay cất cánh với vận tốc 500km/h theo phương có góc nâng 30° . Hỏi sau 1,2 phút, máy bay đạt độ cao bao nhiêu so với phương thẳng đứng? (Kết quả làm tròn tới mét).

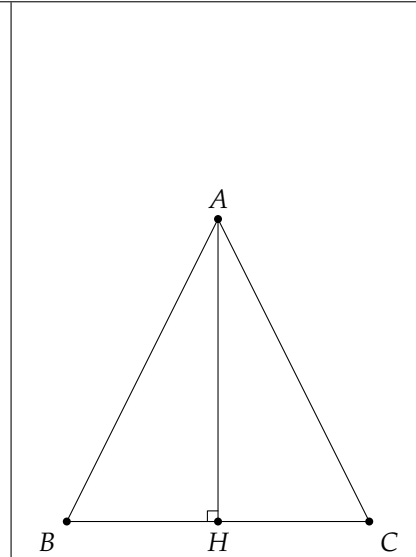


ĐS: 83m.

Bài 10: (1,5 điểm) Kiểu nhà có khung dầm tam giác rất hấp dẫn thị giác bởi sự độc đáo và cảm giác thú vị lôi cuốn ngay từ bên ngoài. Một ngôi nhà có khung dầm là tam giác ABC cân tại A ở hình 1 và được mô phỏng lại ở hình 2. Biết rằng chiều dài AB của mái nhà là 14m và chiều rộng BC của nền nhà là 10m. Hãy tính số đo góc $\widehat{ABC}$ hợp bởi cạnh bên BA với nền nhà (số đo góc làm tròn đến phút) (Yêu cầu học sinh vẽ hình 2 vào giấy kiểm tra khi thực hiện bài 4).



Hình 1



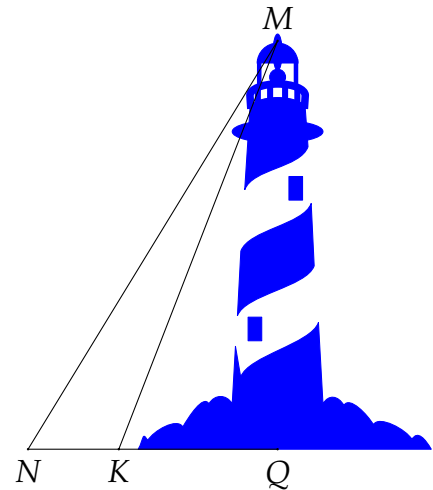
Hình 2

ĐS: $69^\circ 5'$.

Bài 11: (1,0 điểm)

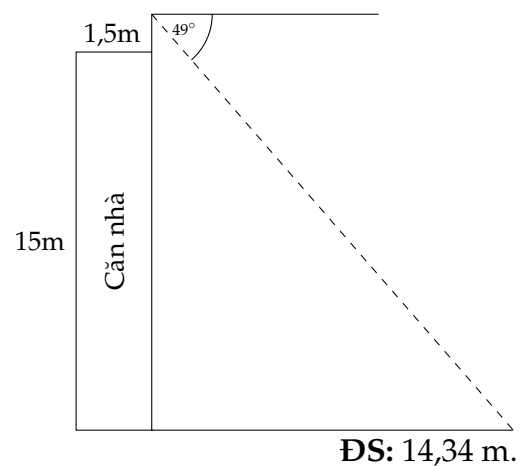
Để đo chiều cao của một ngọn hải đăng, người ta đặt giác kế tại hai vị trí N và K sao cho các vị trí N, K, Q cùng nằm trên một đường thẳng như hình vẽ. Kết quả thu được, vị trí N nhìn ngọn hải đăng dưới góc 45° , vị trí K nhìn ngọn hải đăng dưới góc 60° , khoảng cách giữa N và K là 24m. Hỏi chiều cao MQ của ngọn hải đăng là bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị, học sinh không cần vẽ hình vào bài làm).

ĐS: $\frac{24\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$



Bài 12:

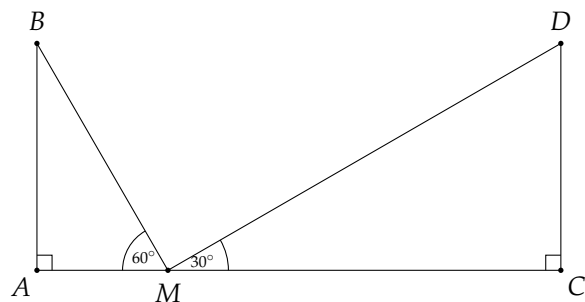
Một học sinh có tầm mắt cao 1,5 m đứng trên sân thượng của một căn nhà cao 15 m nhìn thấy bạn của mình đang đứng với góc nghiêng xuống 49° (như hình vẽ). Hỏi người bạn đứng cách căn nhà bao nhiêu mét?



ĐS: 14,34 m.

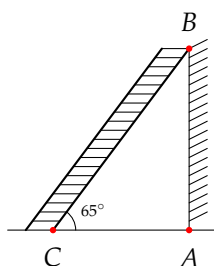
Bài 13: (1,5 điểm)

Hai trụ điện AB và CD có cùng chiều cao là 27 m được dựng thẳng đứng hai bên lề đối diện một đại lộ. Từ một điểm M nằm trên mặt đường giữa hai trụ người ta nhìn thấy đỉnh hai trụ điện với các góc nâng lần lượt là 60° và 30° . Em hãy tính khoảng cách AC giữa hai trụ điện. (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)



ĐS: $36\sqrt{3}$ m.

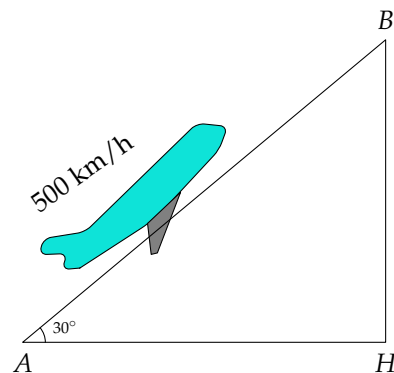
Bài 14: (1,5 điểm) Một chiếc thang có độ dài là đoạn $BC = 3$ m. Ta cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng cách bằng bao nhiêu (đoạn AC) để nó tạo được với mặt đất một góc “an toàn” là $\widehat{ACB} = 65^\circ$ (tức là đảm bảo thang không bị đổ khi sử dụng)? (Chú ý: kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



ĐS: $AC = 1,3$ m

Bài 15: (1,5 điểm)

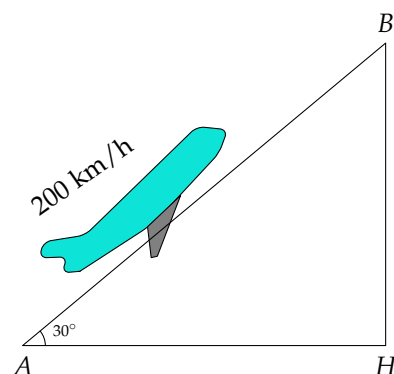
Một chiếc máy bay bay lên với vận tốc 500 km/h. Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc bằng 30° . Hỏi sau 1,2 phút máy bay lên cao được bao nhiêu km theo phương thẳng đứng?



ĐS: $BH = 5$ km

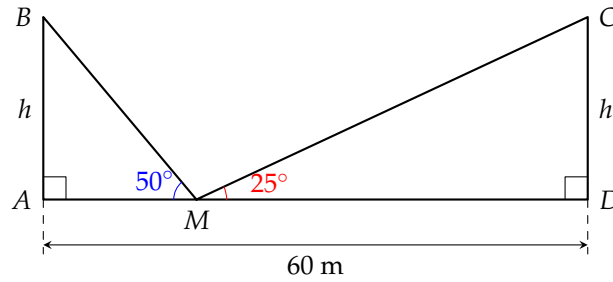
Bài 16:

(1,0 điểm) Một máy bay chuẩn bị bay lên theo phương nghiêng hợp với mặt đất một góc 30° với vận tốc 200 km/h. Hỏi sau bao lâu kể từ khi cất cánh máy bay sẽ đạt độ cao 900 m so với mặt đất. Biết máy bay xuất phát từ vị trí A như hình vẽ.



ĐS: 0,009 giờ

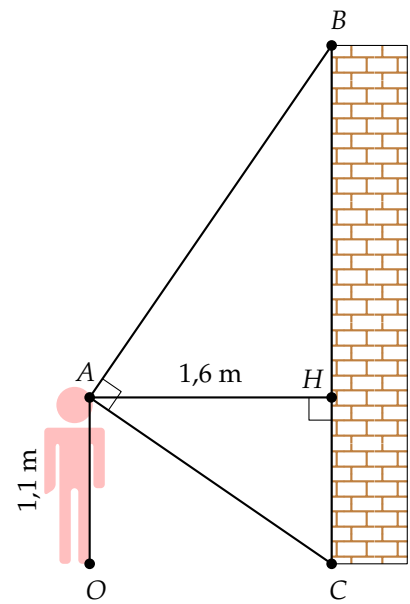
Bài 17: (0,75 điểm) Hai trụ cột điện AB, CD có cùng chiều cao h được dựng thẳng đứng hai bên lề đôi diện một đại lộ rộng 60 m. Từ một điểm M trên mặt đường giữa hai trụ điện với góc nâng lần lượt 50° và 25° . Tính chiều cao trụ điện (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



ĐS: 20,11 m.

Bài 18:

(1,0 điểm) Để đo chiều cao của một bức tường, Mai dùng một quyển sách và ngắm sao cho hai cạnh bìa của quyển sách hướng về vị trí cao nhất và vị trí thấp nhất của bức tường (như hình bên). Biết rằng Mai đứng cách tường 1,6 m và vị trí mắt khi quan sát cách mặt đất 1,1 m. Hỏi chiều cao của bức tường là bao nhiêu (làm tròn đến cm)?

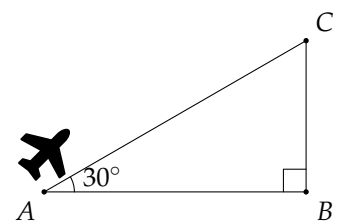


ĐS: 343 cm.

Bài 19:

(1,5 điểm) Một chiếc máy bay bay lên với vận tốc 600 km/h. Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc 30° .

- Tính quãng đường AC máy bay đã bay được trong 2 phút.
- Sau 2 phút máy bay đạt được độ cao bao nhiêu m?

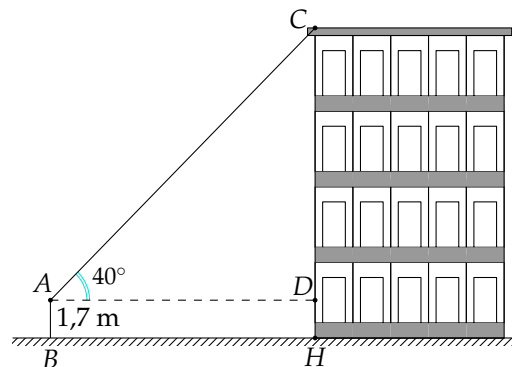


ĐS: a) 2 km; b) 1000 m.

Bài 20: Theo trang Livescience, do Trái đất hình cầu nên mắt người chỉ có thể nhìn thấy tối đa 5 km vì gặp phải đường chân trời. Do đó, nếu Trái đất phẳng hoặc đứng trên đồi cao, bạn có thể thấy xa hơn rất nhiều: có thể nhìn thấy nguồn sáng cách xa hàng trăm cây số. Hoặc trong những đêm tối hoàn toàn, bạn có thể nhìn thấy một ngọn nến cách xa đến 48 km. Theo một nghiên cứu khi đứng tại vị trí có độ cao là h (dặm) so với mặt nước biển, người ta có thể quan sát một khoảng cách tối đa là D (dặm) được tính theo công thức $D = \sqrt{2rh + h^2}$. Trong đó $r = 3960$ dặm, là bán kính Trái đất. Hỏi với độ cao $h = 0,1$ dặm, khoảng cách tối đa ta có thể quan sát được là bao nhiêu km? (làm tròn đến km, biết rằng một dặm $\approx 1,61$ km). **ĐS:** $\approx 45,3$ km

Bài 21:

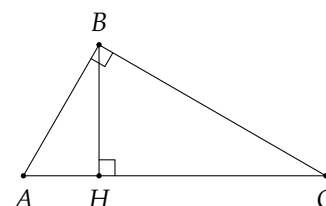
Một người dùng giác kế cao 1,7 m để đo khoảng cách BH từ vị trí người đo đứng (điểm B) đến chân toà nhà (điểm H , kết quả làm tròn đến mét). Biết chiều cao CH của toà nhà là 20 m và góc nhìn lên là 40° (so với phương nằm ngang như hình vẽ).



ĐS: $BH \approx 21,8$ m.

Bài 22:

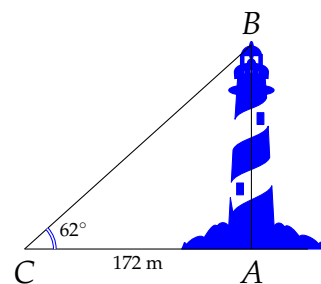
Hình vẽ bên là miếng đất hình tam giác ABC vuông tại B có chiều dài AB là 20 mét. Biết chiều dài AH là 8 mét (với điểm H là hình chiếu của điểm B trên AC). Em hãy tính chiều dài AC của miếng đất đó.



ĐS: $AC = 50$ cm

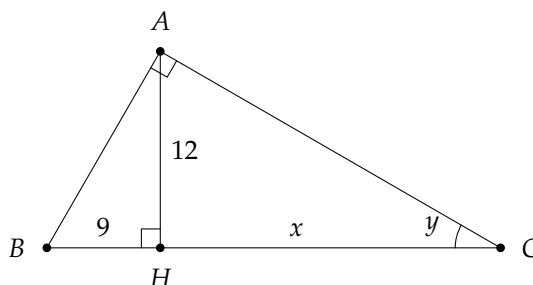
Bài 23:

Tính chiều cao của ngọn Hải đăng (hình vẽ) khi biết góc nhọn tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất là 62° và bóng của tháp trên mặt đất dài 172 m (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



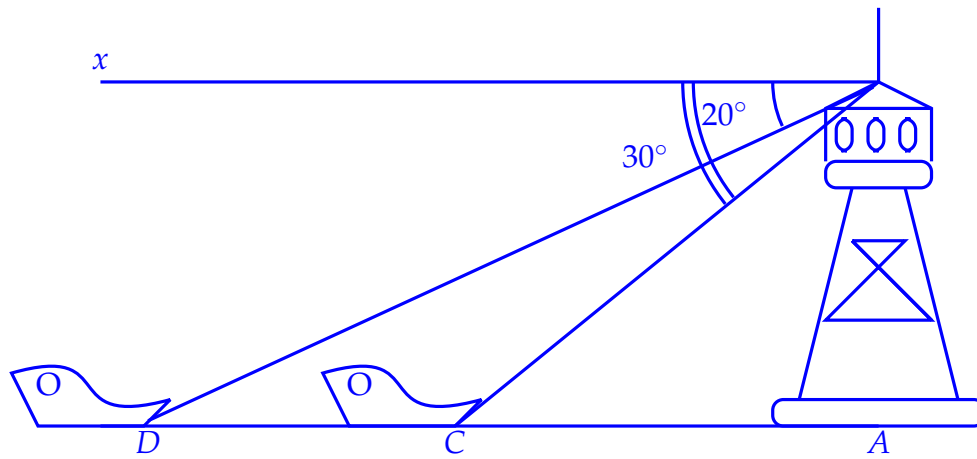
ĐS: 323,5 m.

Bài 24: (1,5 điểm) Tính độ dài x và số đo góc y trong hình vẽ bên. (số đo góc y làm tròn đến phút).



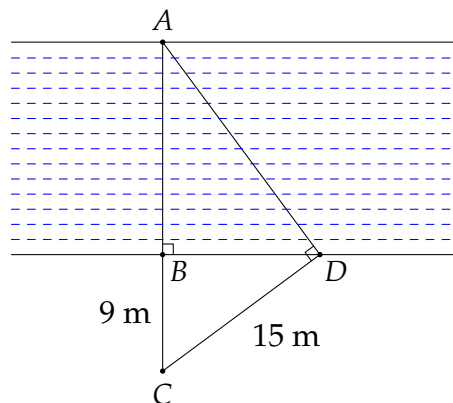
ĐS: $x = 16; y \approx 36^\circ 52'$.

Bài 25: (1,0 điểm) Một người đứng trên tháp (tại B) của ngọn hải đăng cao 75m quan sát hai lần một con tàu đang hướng về ngọn hải đăng. Lần thứ nhất người đó nhìn thấy tàu tại C với góc hạ là 20° , lần thứ hai người đó nhìn thấy tàu tại D với góc hạ là 30° . Hỏi con tàu đã đi được bao nhiêu mét giữa hai lần quan sát (làm tròn hai chữ số thập phân).



ĐS: 76,16m

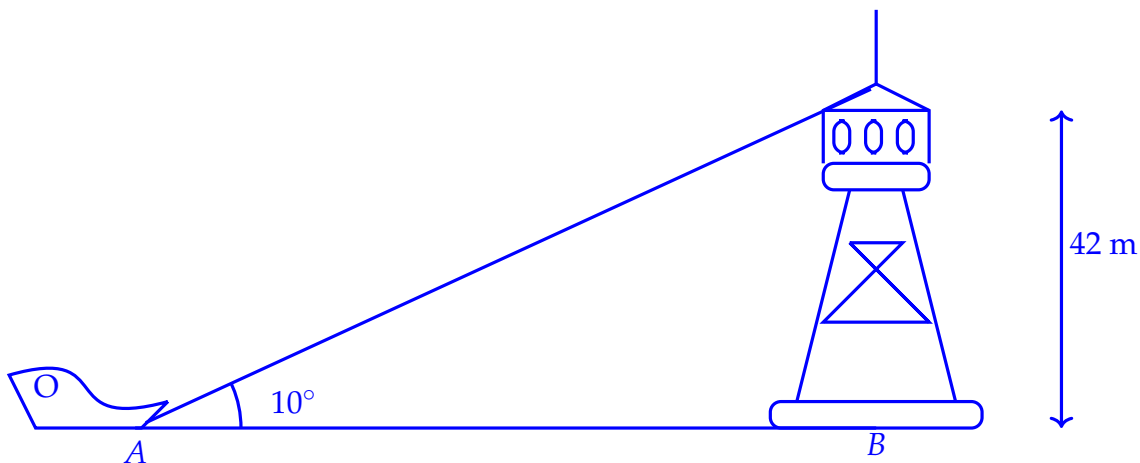
Bài 26: (1,0 điểm) Hãy tính chiều rộng của một con sông (xem hình vẽ) biết rằng $BC = 9\text{m}$; $CD = 15\text{m}$.



ĐS: 25m.

Bài 27: (1,5 điểm) Hải đăng Đá Lát là một trong bảy ngọn hải đăng cao nhất Việt Nam, được đặt trên đảo Đá Lát ở vị trí cực Tây Quần đảo, thuộc xã đảo Trường Sa, huyện Trường Sa, tỉnh Khánh Hòa. Ngọn hải đăng được xây dựng năm 1994, cao 42m, có tác dụng chỉ vị trí đảo, giúp tàu thuyền hoạt động trong vùng biển Trường Sa định hướng và xác định vị trí mình. Một người đi tàu trên biển muốn đến hải đăng Đá Lát, người đó đứng trên mũi tàu và dùng giác kế đo được góc giữa mũi tàu và tia nắng chiếu từ đỉnh ngọn hải đăng đến tàu là 10° .

- Tính khoảng cách từ tàu đến chân ngọn hải đăng (làm tròn đến một chữ số thập phân).
- Biết cứ đi 10m thì tàu đó hao tốn hết 0,02 lít dầu. Hỏi tàu đó đến ngọn hải đăng Đá Lát cần tối thiểu bao nhiêu lít dầu?



ĐS: a) 238,2m; b) 0,4764 lít.

Bài 28: (1,0 điểm) Theo quy định trong thể thao, bán kính quả bóng rổ của nữ nhỏ hơn quả bóng rổ của nam. Bán kính của quả bóng rổ được cho bởi công thức $r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$. Trong đó:

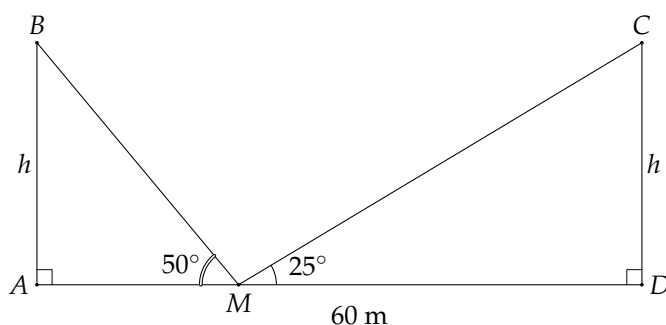
- r là bán kính của quả bóng rổ, tính bằng inch (1 inch = 2,54 cm);
- V là thể tích không khí được chứa trong quả bóng, tính bằng inch^3 .

- Tính bán kính quả bóng rổ của nữ, biết nó chứa được 413 bằng inch^3 không khí.
- Biết bán kính quả bóng rổ nam là 4,8 inch. Tính thể tích không khí trong quả bóng rổ của nam.

ĐS: a) 4,62 inch; b) 463,25 inch^3 .

Bài 29:

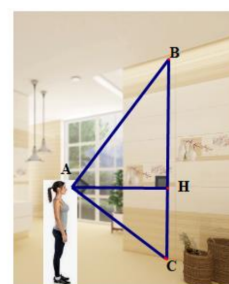
(0,75 điểm) Hai trụ cột điện AB, CD có cùng chiều cao h được dựng thẳng đứng hai bên lề đối diện một đại lộ rộng 60 m. Từ một điểm M trên mặt đường giữa hai trụ điện người ta nhìn thấy đỉnh hai trụ điện với góc nâng lần lượt 50° và 25° . Tính chiều cao trụ điện (làm tròn đến chữ số thập 60 m phân thứ hai).



ĐS: $h \approx 20,11$ m.

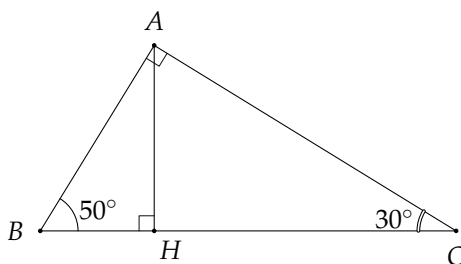
Bài 30:

(1,0 điểm) Để đo chiều cao của một bức tường Mai dùng một quyển sách và ngấm sao cho hai cạnh bìa của quyển sách hướng về vị trí cao nhất và vị trí thấp nhất của bức tường (xem hình bên). Biết rằng Mai đứng cách tường 1,6 m và vị trí mắt khi quan sát cách mặt đất 1,1 m. Hỏi chiều cao của bức tường là bao nhiêu (làm tròn đến cm)?



ĐS: 342,72 cm.

Bài 31: (1,0 điểm) Một chiếc flycam đang ở vị trí A cách chiếc cầu BC một khoảng AH . Biết góc tạo bởi AB, AC với mặt cầu tại B, C thứ tự là $\widehat{ABH} = 50^\circ, \widehat{ACH} = 30^\circ$. Biết chiều dài chiếc cầu BC là 1200 m. Tính AH (làm tròn kết quả đến 0,1).



ĐS: $AH \approx 466,7$ m.

PHẦN 3 - TOÁN THỰC TẾ VỀ HÀM SỐ, TỈ LỆ PHẦN TRĂM

Bài 1: (1,0 điểm) Trò chơi tàu lượn siêu tốc là trò chơi cảm giác mạnh. Chiếc tàu di chuyển trên khung sắt được uốn lượn tạo cảm giác thích thú cho người ngồi trên tàu. Người ta ước tính rằng vận tốc v (m/s) của một tàu lượn di chuyển trên một cung tròn có bán kính R (m) được cho bởi công thức $v = \sqrt{aR}$. Trong đó, a (m/s^2) là gia tốc của tàu. Nếu tàu lượn di chuyển tới vận tốc 50 km/h xung quanh cung tròn bán kính 25m thì có gia tốc là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

ĐS: $a \approx 7,7$ (m/s^2).

Bài 2: (1,0 điểm) Nhân dịp Lễ Giáng Sinh, một cửa hàng thể thao đồng loạt giảm giá toàn bộ sản phẩm trong cửa hàng. Mua một áo thể thao được giảm 15%, một quần thể thao giảm 10%, một đôi giày thể thao giảm 30%; đặc biệt nếu mua đủ bộ bao gồm 1 áo, 1 quần, 1 đôi giày thì sẽ được giảm tiếp 5% trên tổng hóa đơn của 3 mặt hàng trên (sau khi đã giảm). Ông An vào cửa hàng mua 1 áo giá 350000 đồng/ cái; 1 cái quần giá 250000 đồng/cái; một đôi giày giá 1000000 đồng/đôi (giá trên của 3 mặt hàng là giá chưa giảm). Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền khi mua ba sản phẩm trên trong dịp lễ này?

ĐS: 1161375 đồng.

Bài 3: (1,0 điểm)

Lực $F(N)$ của gió khi thổi vuông góc vào cánh buồm tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc v (m/s) của gió, theo công thức $F = 30v^2$. Cánh buồm của thuyền chỉ chịu đựng được lực tối đa là 12000 N (Niu-tơn). Vậy thuyền có thể chịu được vận tốc của gió là bao nhiêu km/h? (Biết $1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}$).

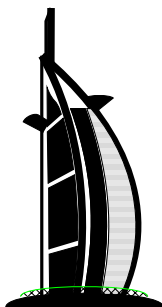
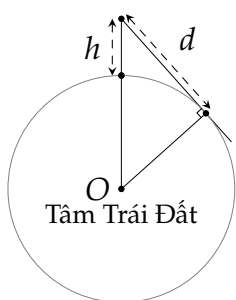


ĐS: 72 km/h.

Bài 4: Điện áp V (đơn vị V) yêu cầu cho một mạch điện được cho bởi công thức $V = \sqrt{PR}$. Trong đó P là công suất (đơn vị W) và R là điện trở trong (đơn vị ω). Cần điện áp bao nhiêu để thắp sáng bóng đèn A có công suất 100W và điện trở trong của bóng đèn là 110ω (làm tròn đến đơn vị).

ĐS: $\approx 105V$

Bài 5: 2,0 điểm Một người quan sát ở vị trí có độ cao h (km) so với mặt nước biển thì tầm nhìn xa tối đa (km) có thể tính bởi công thức là $d = 80\sqrt{2h}$.



- a) Một người đứng ở vị trí cao nhất của một khách sạn có chiều cao 321m so với mực nước biển thì có tầm nhìn xa tối đa bao nhiêu km?
- b) Nếu muốn nhìn thấy tín hiệu của ngọn hải đăng theo đường thẳng từ khoảng cách 40km thì ngọn hải đăng phải được xây cao bao nhiêu mét so với mặt nước biển?

(Kết quả độ dài làm tròn đến hàng đơn vị.)

ĐS: a) 64km; b) 125m

Bài 6: (1,5 điểm) Các bạn An, Bình, Minh cùng rủ nhau đi bắt cá. Khi gom tổng số cá của cả ba bạn thì đếm được là 40 con. Biết rằng số cá của Minh bằng 30% tổng số cá của cả ba bạn, còn số cá của An nhiều hơn số cá của Bình là 6 con cá. Hỏi An, Bình và Minh mỗi bạn bắt được bao nhiêu con cá?

ĐS: Minh: 12 con, An: 17 con, Bình: 11 con.

Bài 7: Chú Hoàng mua một cái máy giặt, thấy trên bảng giá là 12 000 000 đồng và đang được khuyến mãi giảm 10% trên giá niêm yết. Ngoài ra nếu là khách hàng VIP còn được giảm thêm 5% trên giá đã giảm. Hỏi nếu lấy cái máy giặt này, chú Hoàng (là khách VIP) phải trả bao nhiêu tiền?

ĐS: 10 260 000 đồng.

Bài 8: (1,5 điểm) Một cửa hàng dụng cụ học tập đang có chương trình khuyến mãi giảm giá 5% cho 1 quyển tập và nếu khách mua từ 20 quyển trở lên thì từ quyển thứ 20 trở đi sẽ được giảm thêm 10% trên giá đã giảm. Biết giá ban đầu của một quyển tập là 8000 đồng.

- a) Em hãy tính giá của 1 quyển tập sau khi giảm lần thứ nhất và giá của 1 quyển tập sau khi giảm lần thứ hai.
- b) Bạn Bình mua 4 lốc tập (1 lốc có 10 quyển) thì phải trả bao nhiêu tiền? (làm tròn đến chữ số hàng nghìn)

ĐS: a) 7600 đồng; 6840 đồng; b) 288 040 đồng.

Bài 9: (1,0 điểm) Một lớp có 4 loại học sinh giỏi, khá, trung bình, yếu. Biết số học sinh giỏi chiếm $\frac{3}{5}$ số học sinh cả lớp, số học sinh khá chiếm 30% số học sinh cả lớp, số học sinh yếu là 1 học sinh. Tính số học sinh mỗi loại biết tổng số học sinh khá và giỏi gấp 12 lần số học sinh trung bình?

ĐS: Giỏi: 24 học sinh, khá: 12 học sinh, trung bình: 3 học sinh, yếu: 1 học sinh

Bài 10: (1,0 điểm) Theo quy định trong thể thao, bán kính quả bóng rổ của nữ nhỏ hơn quả bóng rổ của nam.

Bán kính của quả bóng rổ được cho bởi công thức: $r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$, trong đó:

- r là bán kính của quả bóng rổ, tính bằng inch (1 inch = 2,54 cm);
- V là thể tích không khí được chứa trong quả bóng, tính bằng inch³.

- a) Tính bán kính quả bóng rổ của nữ, biết nó chứa được 413 inch^3 không khí.
- b) Biết bán kính quả bóng rổ nam là 4,8 inch. Tính thể tích không khí trong quả bóng rổ của nam.

ĐS: a) $r \approx 4,6 \text{ inch}$; b) $V \approx 463,2 \text{ inch}^3$.

Bài 11: (0,75 điểm) Nhà sách A thực hiện chương trình giảm giá cho khách hàng mua loại tập trắng 100 trang như sau: Bắt đầu từ quyển thứ 3 thì mỗi quyển được giảm 1500 đồng so với giá niêm yết. Nếu mua từ 10 quyển trở lên thì 9 quyển đầu được hưởng chương trình giảm giá như trên, từ quyển thứ mười trở đi mỗi quyển sẽ được giảm 25% so với giá niêm yết. Nhà sách B lại có hình thức giảm giá khác cho loại tập trắng 100 trang nêu trên là: mua 5 tặng 1 quyển. Nếu bạn Nam mua 25 quyển thì bạn Nam nên mua ở nhà sách nào có lợi hơn? Biết rằng loại tập trắng mà bạn Nam mua ở hai nhà sách đều có giá niêm yết là 10000 đồng/quyển.

ĐS: Nhà sách A

Bài 12: (1,5 điểm) Nhân dịp sinh nhật lần thứ 12 của cửa hàng A nên cửa hàng đã giảm giá 12% cho tất cả các sản phẩm.

- a) Hỏi bạn Tâm mua một cái laptop có giá ban đầu là 14000000 đồng thì phải trả bao nhiêu tiền?
- b) Cửa hàng sẽ giảm tiếp 5% trên giá đã giảm nếu ai có ngày sinh trong tháng 12. Bạn An (sinh trong tháng 12) mua một cái máy in đã trả 2926000 đồng. Hỏi giá ban đầu của máy in là bao nhiêu?

ĐS: a) 12320000 đồng; b) 3500000 đồng.

Bài 13: (1,0 điểm) Kết quả của sự nóng dần lên của trái đất là băng tan trên các dòng sông bị đóng băng. Mười hai năm sau khi băng tan, những thực vật nhỏ được gọi là Địa y, bắt đầu phát triển trên đá. Mỗi nhóm Địa y phát triển trên một khoảng đất hình tròn.

Mối quan hệ giữa đường kính d (mm) của hình tròn và tuổi t của địa y, có thể biểu diễn tương đối bằng công thức $d = 7\sqrt{t - 12}$ với $t \geq 12$. Người ta đo được đường kính của 1 nhóm Địa y là 35 mm. Hỏi nhóm Địa y đó bao nhiêu tuổi?

ĐS: 37 tuổi.

Bài 14: (1,0 điểm) Để ước tính vận tốc v (dặm/giờ) của một chiếc xe từ vết trượt trên mặt đường sau khi thắng đột ngột, người ta sử dụng công thức $v = \sqrt{30fd}$ với d (tính bằng feet) là độ dài của vết trượt bánh xe trên nền đường và f là hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt đường (là thước đo sự trơn trượt của mặt đường).

- a) Trên một đoạn đường có hệ số ma sát là 0,75 và vết trượt của một xe 4 bánh sau khi thắng lại là 45,5 feet. Hỏi vận tốc xe là bao nhiêu km/h? (cho biết 1 dặm bằng 1,61km) (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)
- b) Nếu xe chạy với vận tốc 48,3km/h trên đoạn đường có hệ số ma sát là 0,5 thì khi thắng lại vết trượt trên đường dài bao nhiêu feet? (biết rằng 1 dặm bằng 1,61km)

ĐS: a) 51,51km/h; b) 60feet.

Bài 15: (1,0 điểm) Lan vào nhà sách để mua tập được biết tập đang có chương trình khuyến mãi giảm giá 10% và nếu mua từ 5 quyển trở lên thì từ quyển thứ 5 được giảm thêm 500 đồng giá đang bán. Biết giá niêm yết 1 quyển tập là 10 000 đồng.

- a) Hỏi Lan mua 10 quyển tập thì phải trả bao nhiêu tiền?
- b) Hoa cũng vào nhà sách mua tập và Hoa đã trả số tiền 138 000 đồng. Hỏi Hoa mua bao nhiêu quyển tập?

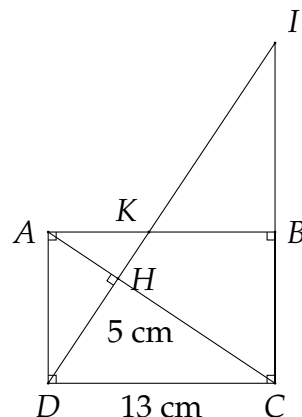
ĐS: a) 87 000 đồng; b) 12 quyển tập.

PHẦN 5 - HÌNH HỌC TỔNG HỢP

Bài 1: (2,0 điểm)

Cho hình chữ nhật $ABCD$. Từ D hạ đường vuông góc với AC tại H , cắt AB ở K và cắt tia CB ở I . Biết rằng $CD = 13$ cm; $DH = 5$ cm.

- Tính độ dài CH , AC . (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
- Chứng minh $AH^2 \cdot HI = CH^2 \cdot HK$.



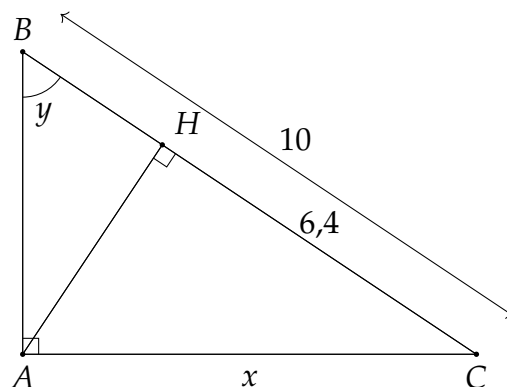
ĐS: a) $CH = 12$ cm; $AC \approx 14$ cm.

Bài 2: (1,0 điểm) Cho góc nhọn α , biết $\cos \alpha = \frac{5}{13}$. Không tính góc α , hãy tính $\sin \alpha$; $\tan \alpha$; $\cot \alpha$.

ĐS: $\sin \alpha = \frac{12}{13}$, $\tan \alpha = \frac{12}{5}$, $\cot \alpha = \frac{5}{12}$.

Bài 3: (1,0 điểm)

Tính độ dài x và số đo góc y trong hình vẽ bên (số đo góc y làm tròn đến phút).



ĐS: $x = 8$; $y \approx 53^\circ 8'$.

Bài 4: (2,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn có đường cao AH . Gọi M , N lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC .

- Tính độ dài các cạnh AC và AN biết $AH = 12$ cm; $CH = 9$ cm.
- Chứng minh $AH = \frac{BC}{\cot B + \cot C}$.

ĐS: a) $AC = 15$ (cm); $AN = 5,4$ (cm).

Bài 5: (2,5 điểm) Cho hình chữ nhật $ABCD$ ($AB > BC$). Qua A vẽ đường thẳng vuông góc với BD tại H và cắt tia BC tại E .

- Giả sử $AD = 6$ cm, $AB = 8$ cm, hãy tính AH và BH .
- Chứng minh $AB^2 = BH \cdot BD$, suy ra $BH \cdot BD = AH \cdot AE$.
- Chứng minh $BD = AH \cdot (\cot \widehat{ADH} + \cot \widehat{ABH})$.

ĐS: a) $AH = 4,8$ cm; $BH = 6,4$ cm

Bài 6: Cho tam giác DEF vuông tại D có đường cao DH .

- Biết $DE = 24\text{cm}$, $DF = 32\text{cm}$. Tính EF , $\widehat{DEF}$.
- Vẽ $HK \perp DE$ tại K và $HB \perp DF$ tại B . Chứng minh $\triangle DEF \sim \triangle DBK$.
- Chứng minh $\sin \widehat{HDK} \cdot \sin \widehat{HDB} = \frac{DH}{EF}$.

ĐS: a) $EF = 40\text{cm}$; $\widehat{DEF} \approx 53^\circ$

Bài 7: (2 điểm) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có AH là đường cao. Cho $AB = 6\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$. Tính độ dài AC , HA , HB và số đo góc $\widehat{ACB}$. (Chú ý làm tròn đến độ)

ĐS: $AC = 8\text{cm}$; $HA = 3,6\text{cm}$; $HB = 6,4\text{cm}$; $\widehat{ACB} \approx 37^\circ$.

Bài 8: (1 điểm) Cho $\triangle ABC$ nhọn có hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H . Chứng minh rằng $S_{\triangle ADE} = S_{\triangle ABC} \cdot \cos^2 A$.

Bài 9: (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A , có đường cao AH (H thuộc BC), có $AB = 12\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$.

- Tính độ dài BH , AC , AH . **(1,5 điểm)**
- Gọi N , M lần lượt là hình chiếu của H trên AB , AC . Chứng minh: $AN \cdot AB = AM \cdot AC$ từ đó suy ra $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$. **(1,0 điểm)**
- Gọi O là trung điểm của BC , đường thẳng MN cắt tia CB tại K . Gọi I là hình chiếu của O trên AK . Chứng minh AH , OI , MN đồng quy. **(0,5 điểm)**

Bài 10: (2,5 điểm) Cho tam giác DEF vuông tại D , có đường cao DA , tia phân giác của góc ADF cắt AF tại B , có $AE = 10\text{cm}$, $AF = 20\text{cm}$.

- Tính độ dài AD , DE .
- Tính số đo góc $\widehat{DBA}$.
- Vẽ điểm C đối xứng với B qua E . Không sử dụng các chiều dài các cạnh và số đo các góc đã có của câu a, b, hãy chứng minh: $\frac{1}{CD^2} + \frac{1}{BD^2} = \frac{1}{DE^2} + \frac{1}{DF^2}$.

Bài 11: (3,0 điểm) Cho hình chữ nhật $MNPE$ ($MQ < MN$). Từ điểm Q kẻ đường thẳng vuông góc với MP tại H .

- Cho $MQ = 7\text{ cm}$, $MP = 25\text{ cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng QP , QH và số đo của $\widehat{MPQ}$ (độ dài đoạn thẳng làm tròn đến số thập phân thứ nhất, số đo góc làm tròn đến độ).
- Kẻ đường thẳng vuông góc với MP tại P , cắt tia MN tại I . Chứng minh $MN \cdot NI = MH \cdot MP$.
- Chứng minh $\frac{S_{MNQ}}{S_{INP}} = \frac{MN}{IN}$.

(Lưu ý: Không dùng số liệu của câu a) để chứng minh câu b) và c)).

ĐS: a) $QP = 24\text{ cm}$; $QH \approx 6,7\text{ cm}$; $\widehat{MPQ} \approx 16^\circ$.

Bài 12: Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có AH là đường cao. Biết $BH = 7,2\text{ cm}$ và $HC = 12,8\text{ cm}$.

- a) Tính độ dài các đoạn AH, AC .
- b) Gọi I là trung điểm của BC . Tính số đo $\widehat{ACB}$ và $\widehat{IAC}$ (làm tròn đến phút).
- c) Chứng minh $\sin 2C = 2 \sin C \cdot \cos C$.

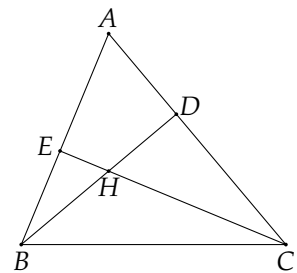
ĐS: a) $AH = 9,6$ cm; $AC = 16$ cm; b) $\widehat{ACB} = \widehat{IAC} \approx 36^\circ 52'$.

Bài 13: (2 điểm) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có AH là đường cao. Cho $AB = 6$ cm và $BC = 10$ cm. Tính độ dài AC, HA, HB và số đo $\widehat{ACB}$ (Chú ý: tính góc làm tròn đến độ). **ĐS:** $BH = 3,6$ cm, $AC = 8$ cm, $AH = 4,8$ cm, $\widehat{ACB} = 37^\circ$

Bài 14:

(0,5 điểm) Cho $\triangle ABC$ nhọn có hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H .

Chứng minh: $S_{\triangle AED} = S_{\triangle ABC} \cdot \cos^2 A$.



Bài 15: (3,0 điểm) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có đường cao AH . Biết $AB = 6$ cm, $HB = 3,6$ cm.

- a) Tính AH, CH, AC và số đo góc C (góc làm tròn đến phút).
- b) Trên AC lấy điểm I sao cho $IA = IH$, từ I kẻ đường song song với AH cắt BC tại K . Chứng minh $BK^2 = KC^2 + AB^2$.

ĐS: a) $CH = 6,4$ cm, $AH = 4,8$ cm, $AC = 8$ cm, góc $C = 36^\circ 52'$

Bài 16: (2,5 điểm) $\triangle ABC$ nhọn có đường cao BH . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của H lên BA, BC .

- a) **(1,0 điểm)** Chứng minh: $BM \cdot BA = BN \cdot BC$.
- b) **(1,0 điểm)** MN cắt AC tại S . Chứng minh: $SA \cdot SC = SM \cdot SN$.
- c) Giả sử $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $AB = 2$ cm, $AC = 3$ cm. Tính độ dài đường phân giác AD của $\triangle ABC$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 3).

ĐS: c. 2,078 cm.

Bài 17: Cho $\triangle BAC$ vuông tại B ($BA < BC$). Cho biết $BA = 30$ cm, $BC = 40$ cm.

- a) **(1,5 điểm)** Giải tam giác vuông BAC (số đo các góc làm tròn đến độ).
- b) **(1,0 điểm)** Kẻ đường cao BH . Chứng minh $HA^2 + HC^2 + 2HB^2 = AB^2 + BC^2$.
- c) **(1,0 điểm)** Gọi M là điểm đối xứng của B qua A , trên tia đối của tia HB lấy điểm E sao cho $HE = 2HB$. Chứng minh rằng $\widehat{MEC} = 90^\circ$.

ĐS: a) $AC = 50$ cm, $\widehat{A} = 53^\circ$, $\widehat{C} = 37^\circ$.

Bài 18: Vẽ tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có AH là đường cao. Trên tia đối của tia AH , vẽ điểm K sao cho A là trung điểm của HK .

- a) Giả sử $AH = 12$ cm và $HC = 16$ cm. Tính số đo góc $\widehat{KCH}$ (làm tròn đến phút).

b) Vẽ BD vuông góc với KC và cắt KH tại M . Chứng minh $KH = 4MH$.

Bài 19: (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AC < AB$). Gọi I là trung điểm AB . Vẽ AK vuông góc với CI tại K .

a) Chứng minh $BI^2 = KI \cdot CI$.

b) Vẽ đường cao AH của tam giác ABC . Chứng minh $CH \cdot CB = CK \cdot CI = CI^2 \cdot AI^2$.

c) Giả sử đặt $\widehat{AIC} = \alpha$; $\widehat{ACI} = \beta$. Chứng minh: $S_{\triangle IBK} = \cot^2 \alpha \cdot \cos \beta \cdot S_{\triangle ICB}$.

Bài 20: (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), đường cao AH .

a) Cho $AB = 6\text{cm}$ và $\cos \widehat{ABC} = \frac{3}{5}$. Tính BC, AC, BH .

b) Kẻ $HD \perp AB$ tại $D, HE \perp AC$ tại E . Chứng minh $AD \cdot AB = AE \cdot AC$.

c) Gọi I là trung điểm của BC, AI cắt DE tại K . Chứng minh $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AE^2}$.

ĐS: a) $BC = 10\text{cm}, AC = 8\text{cm}, BH = \frac{18}{5}\text{cm}$.

Bài 21: (0,75 điểm) Nhà sách A thực hiện chương trình giảm giá cho khách hàng mua loại tập trắng 100 trang như sau: Bắt đầu từ quyển thứ 3 thì mỗi quyển được giảm 1 500 đồng so với giá niêm yết. Nếu mua từ 10 quyển trở lên thì 9 quyển đầu được hưởng chương trình giảm giá như trên, từ quyển thứ mười trở đi mỗi quyển sẽ được giảm 25% so với giá niêm yết.

Nhà sách B lại có hình thức giảm giá khác cho loại tập trắng 100 trang nêu trên là mua 5 tặng 1 quyển.

Nếu bạn Nam mua 25 quyển thì bạn Nam nên mua ở nhà sách nào có lợi hơn? Biết rằng loại tập trắng mà bạn Nam mua ở hai nhà sách đều có giá niêm yết là 10 000 đồng/quyển.

ĐS: Nhà sách A.

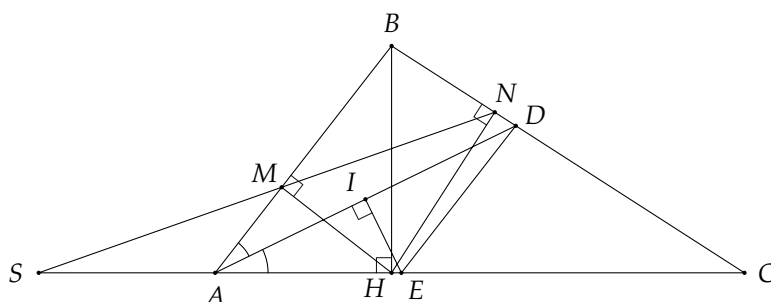
Bài 22: (2,5 điểm) $\triangle ABC$ nhọn có đường cao BH . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của H lên BA, BC .

a) Chứng minh: $BM \cdot BA = BN \cdot BC$.

b) MN cắt AC tại S . Chứng minh: $SA \cdot SC = SM \cdot SN$.

c) Giả sử $\widehat{BAC} = 60^\circ, AB = 2\text{ cm}, AC = 3\text{ cm}$. Tính độ dài đường phân giác AD của $\triangle ABC$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 3).

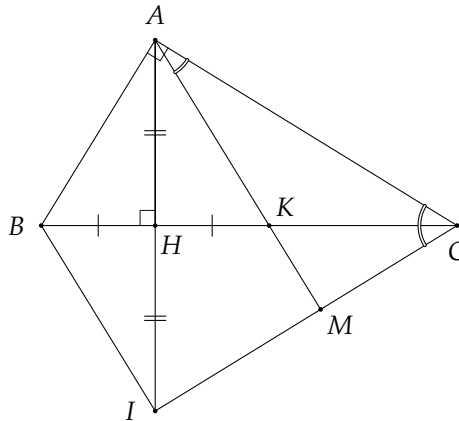
ĐS: a) Cùng bằng AH^2 ; b) Chứng minh $\triangle BMN \sim \triangle BCA \Rightarrow \triangle SAM \sim \triangle SNC$; c) $AD \approx 2,078\text{ cm}$.



Bài 23: (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH . Biết $AB = 30$ cm; $BC = 50$ cm.

- Tính BH , AH .
- Trên tia AH lấy I sao cho H là trung điểm AI . Tính góc ABI .
- Gọi K là điểm đối xứng của B qua H . AK cắt IC tại M . Chứng minh $\tan MAC \cdot \tan MCA = 1$.

ĐS: a) $BH = 18$ cm và $AH = 24$ cm; b) $\widehat{ABI} \approx 106^\circ$ c) Chứng minh được $\triangle MAC$ vuông tại M .



Bài 24: (2,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn có đường cao AH . Gọi M , N lần lượt là hình chiếu của H trên AB , AC .

- Tính độ dài đoạn thẳng AB và AM biết $AH = 12$ cm; $BH = 9$ cm.
- Chứng minh $AH = \frac{BC}{\cot B + \cot C}$.

ĐS: a) $AB = 15$ cm, $AM = \frac{36}{5}$ cm.