

Bài 1 (5,0 điểm)

- 1) Phân tích đa thức $x^3 - 7x + 6$ thành nhân tử.
- 2) Tìm cặp số $(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức: $2x^2 - 2xy + y^2 - 2x + 1 = 0$.
- 3) Cho biểu thức: $A = \frac{2x-9}{x^2-5x+6} - \frac{x+3}{x-2} - \frac{2x+4}{3-x}$ với $x \neq 2, x \neq 3$.

Rút gọn biểu thức A và tìm các giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Bài 2 (4,0 điểm)

- 1) Giải phương trình: $\frac{2x+5}{x^2+5x+4} - \frac{2x+2}{(x-2)(x+4)} = \frac{3}{2}$.

2) Đa thức $f(x)$ khi chia cho $x+1$ dư 1 và chia cho x^2+2 dư là $2x$. Tìm đa thức dư khi $f(x)$ chia cho $(x+1)(x^2+2)$.

Bài 3 (3,5 điểm)

- 1) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức: $x^2y - x + 2y = 3$.
- 2) Các số x, y, z khác 0 thỏa mãn $x + y + z = 1$ và $x\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + y\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{x}\right) + z\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = -2$.

Tính giá trị của biểu thức: $T = x^{2023} + y^{2023} + z^{2023}$.

Bài 4 (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Từ H kẻ HE, HF theo thứ tự vuông góc với AB, AC ($E \in AB, F \in AC$)

- 1) Chứng minh: $AH^2 = AE \cdot AB$ và tam giác AEF đồng dạng với tam giác ACB.
- 2) Phân giác của $\widehat{AHB}$, $\widehat{AHC}$, $\widehat{BAC}$ theo thứ tự cắt AB, AC, BC theo thứ tự tại M, N và D. Chứng minh: DM song song với AC và tứ giác AMDN là hình vuông.
- 3) Trên đoạn HC lấy điểm I sao cho $\widehat{BFH} = \widehat{HFI}$. Chứng minh ba điểm A, I và trung điểm của HF thẳng hàng.

Bài 5 (2,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC, các đường cao AD, BE, CF. Chứng minh rằng nếu $S_{\triangle AFE} = S_{\triangle FBD} = S_{\triangle DCE}$ thì tam giác ABC là tam giác đều.

Bài 6 (1,5 điểm)

Chứng minh rằng nếu các số dương x, y, z thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{x^3}{x^2 + xy + y^2} + \frac{y^3}{y^2 + zy + z^2} + \frac{z^3}{z^2 + zx + x^2} = 3 \text{ thì } x + y + z \leq 9.$$

.....**Hết**.....

Họ và tên thí sinh..... Số báo danh.....

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN 8
(Gồm 06 trang)

I. Hướng dẫn chung

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày các bước cơ bản của 1 cách giải. Nếu thí sinh làm theo cách khác mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa.
- Bài làm của thí sinh đúng đến đâu cho điểm đến đó theo biểu điểm. Bài có nhiều ý liên quan tới nhau, nếu thí sinh mà công nhận ý trên (hoặc làm ý trên không đúng) để làm ý dưới mà thí sinh làm đúng thì cho một nửa số điểm ý đó.
- Bài hình học, thí sinh vẽ hình đúng ý nào thì chấm điểm ý đó, thí sinh vẽ sai hình hoặc không vẽ hình thì cho 0 điểm bài hình đó.
- Điểm của bài thi là tổng điểm các câu làm đúng và không làm tròn.

II. Đáp án và thang điểm

HƯỚNG DẪN CHẤM		Điểm
Bài 1 (5,0 điểm)		
1) Phân tích đa thức $x^3 - 7x + 6$ thành nhân tử.		
2) Tìm cặp số $(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức: $2x^2 - 2xy + y^2 - 2x + 1 = 0$.		
3) Cho biểu thức: $A = \frac{2x-9}{x^2-5x+6} - \frac{x+3}{x-2} - \frac{2x+4}{3-x}$ với $x \neq 2, x \neq 3$.		
Rút gọn biểu thức A và tìm các giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.		
1) (2đ)	$x^3 - 7x + 6 = (x^3 - x) - 6(x - 1) = x(x - 1)(x + 1) - 6(x - 1) = (x - 1)[x(x + 1) - 6]$	0,5
	$= (x - 1)(x^2 + x - 6) = (x - 1)(x^2 - 4 + x - 2)$	0,5
	$= (x - 1)((x - 2)(x + 2) + (x - 2))$	0,5
	$= (x - 1)(x - 2)(x + 3)$	0,5
2)(1,5đ)	$2x^2 - 2xy + y^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 - 2x + 1) = 0$	0,5
	$(x - y)^2 + (x - 1)^2 = 0(*)$	0,25
	Vì $(x - y)^2 \geq 0 \forall x, y$ $(x - 1)^2 \geq 0 \forall x$	0,25
	Do đó $(*)(x - y)^2 = (x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = y = 1$ Vậy $(x; y) = (1; 1)$	0,5
3) (1,5đ)	ĐKXĐ: $x \neq 2, x \neq 3$	
	$A = \frac{2x-9}{(x-3)(x-2)} - \frac{x+3}{x-2} + \frac{2x+4}{x-3}$ $= \frac{x^2+2x-8}{(x-3)(x-2)} = \frac{(x+4)(x-2)}{(x-3)(x-2)} = \frac{x+4}{x-3}$	1,0

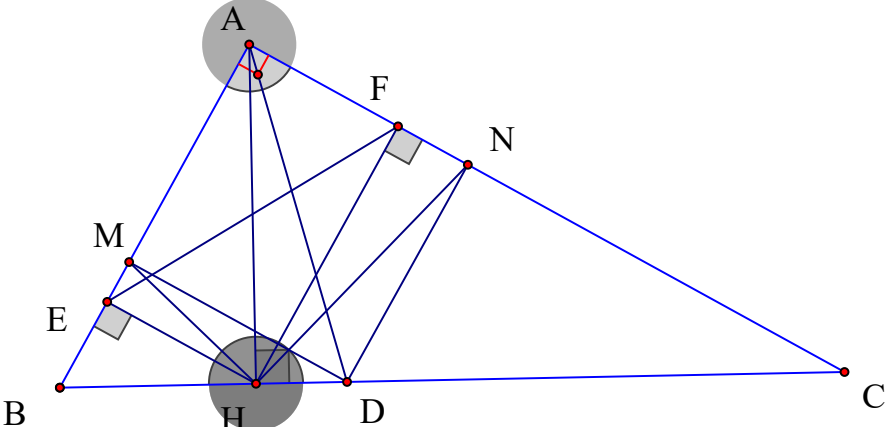
	Vậy $A = \frac{x+4}{x-3}$ với $x \neq 2, x \neq 3$	
	Ta có: $A = \frac{x+4}{x-3} = 1 + \frac{7}{x-3}$ Để $A \in \mathbb{Z}$ thì $x-3 \in U(7) = \{\pm 1; \pm 7\} \Rightarrow x \in \{-4; 2; 4; 10\}$	0,25
	Kết hợp với ĐKXD ta được $x \in \{-4; 4; 10\}$	0,25
Bài 2 (4,0 điểm)		
1) Giải phương trình: $\frac{2x+5}{x^2+5x+4} - \frac{2x+2}{(x-2)(x+4)} = \frac{3}{2}$.		
2) Đa thức $f(x)$ khi chia cho $x+1$ dư 1 và chia cho x^2+2 dư là $2x$. Tìm đa thức dư khi $f(x)$ chia cho $(x+1)(x^2+2)$		
1) (2,0 đ)	ĐK: $x \neq -4, x \neq -1, x \neq 2$	0,25
	Phương trình đã cho tương đương với phương trình: $\frac{2x+5}{(x+1)(x+4)} - \frac{2x+2}{(x-2)(x+4)} = \frac{3}{2}$	0,25
	$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+4}\right) - \left(\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+4}\right) = \frac{3}{2}$	0,5
	$\Leftrightarrow \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-2} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2(x-2-x-1) = 3(x+1)(x-2)$	0,5
	$\Leftrightarrow 3x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow 3x(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (thỏa mãn) hoặc $x = 1$ (thỏa mãn) Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{0; 1\}$	0,5
2) (2 đ)	Đa thức $(x+1)(x^2+2)$ bậc là 3 nên dư của $f(x)$ chia cho $(x+1)(x^2+2)$ có dạng $ax^2 + bx + c$. Do đó $f(x) = (x+1)(x^2+2)g(x) + ax^2 + bx + c$	0,25
	+) $f(x)$ chia cho $x+1$ dư 1 $\Rightarrow f(-1) = 1 \Leftrightarrow a - b + c = 1$ (1)	0,25
	+) $f(x) = (x+1)(x^2+2)g(x) + ax^2 + bx + c$	0,25
	$= (x+1)(x^2+2)g(x) + ax^2 + 2a - 2a + bx + c$	0,25
	$= (x^2+2)[(x+1)g(x) + a] + bx - 2a + c$	0,25
	$f(x)$ chia cho x^2+2 dư $2x \Rightarrow bx - 2a + c = 2x \Rightarrow b = 2$ và $-2a + c = 0$ Kết hợp với (1) ta được $a = 1, b = c = 2$.	0,5
	Vậy đa thức dư là $x^2 + 2x + 2$.	0,25
Bài 3 (3,5 điểm)		
1) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức: $x^2y - x + 2y = 3$.		
2) Các số x, y, z khác 0 thỏa mãn $x + y + z = 1$ và $x\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + y\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{x}\right) + z\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = -2$.		
Tính giá trị của biểu thức: $T = x^{2023} + y^{2023} + z^{2023}$.		

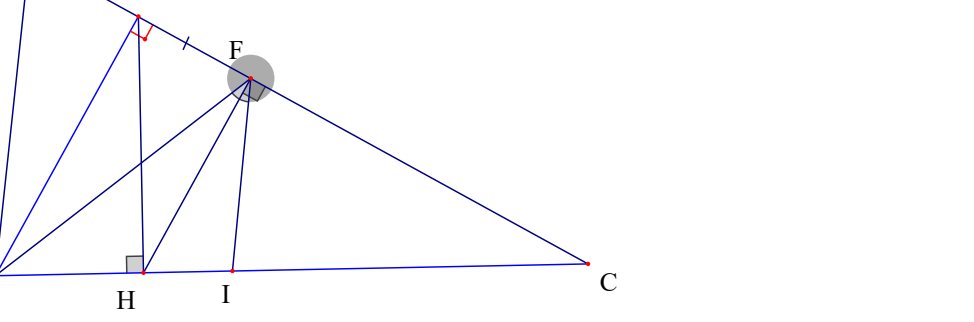
1) (2đ)	$x^2y - x + 2y = 3 \Leftrightarrow y(x^2 + 2) = x + 3 \Leftrightarrow y = \frac{x+3}{x^2+2}$ (vì $x^2 + 2 > 0 \forall x$)	0,5
	$y \text{ nguyên} \Leftrightarrow \frac{x+3}{x^2+2} \text{ nguyên} \Rightarrow \frac{(x+3)(x-3)}{x^2+2} = \frac{x^2-9}{x^2+2} = 1 - \frac{11}{x^2+2} \text{ nguyên}$	0,5
	Điều này tương đương với $\frac{11}{x^2+2} \text{ nguyên} \Leftrightarrow 11 : x^2 + 2$ mà $x^2 + 2 \geq 2 \Rightarrow x^2 + 2 = 11 \Leftrightarrow x = \pm 3$	0,5
	Với $x = -3 \Rightarrow y = 0$ (thỏa mãn) Với $x = 3 \Rightarrow y = \frac{6}{11}$ (loại)	0,25
	Vậy cặp số nguyên cần tìm là $(-3; 0)$	0,25
2) (1,5)	$x\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + y\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{x}\right) + z\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = -2$ $\Leftrightarrow x\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + \frac{x}{x} + y\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{x}\right) + \frac{y}{y} + z\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{z}{z} = 1$ $x\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{x}\right) + y\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + z\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = 1$ $\Leftrightarrow (x + y + z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x + y + z}$	0,5
	$\Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - \frac{1}{x + y + z} = 0 \Leftrightarrow \frac{y + x}{xy} + \frac{x + y}{z(x + y + z)} = 0$ $\Leftrightarrow (x + y)\left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{z(x + y + z)}\right) = 0 \Rightarrow (x + y)(xz + zy + z^2 + xy) = 0$ $\Leftrightarrow (x + y)(y + z)(z + x) = 0$	0,5
	+) $x + y = 0$ thay vào $x + y + z = 1 \Rightarrow z = 1 \Rightarrow T = 1$. Tương tự $y + z = 0, z + x = 0$ ta có $T = 1$. Vậy $T = 1$.	0,5

Bài 3 (4,0 điểm)

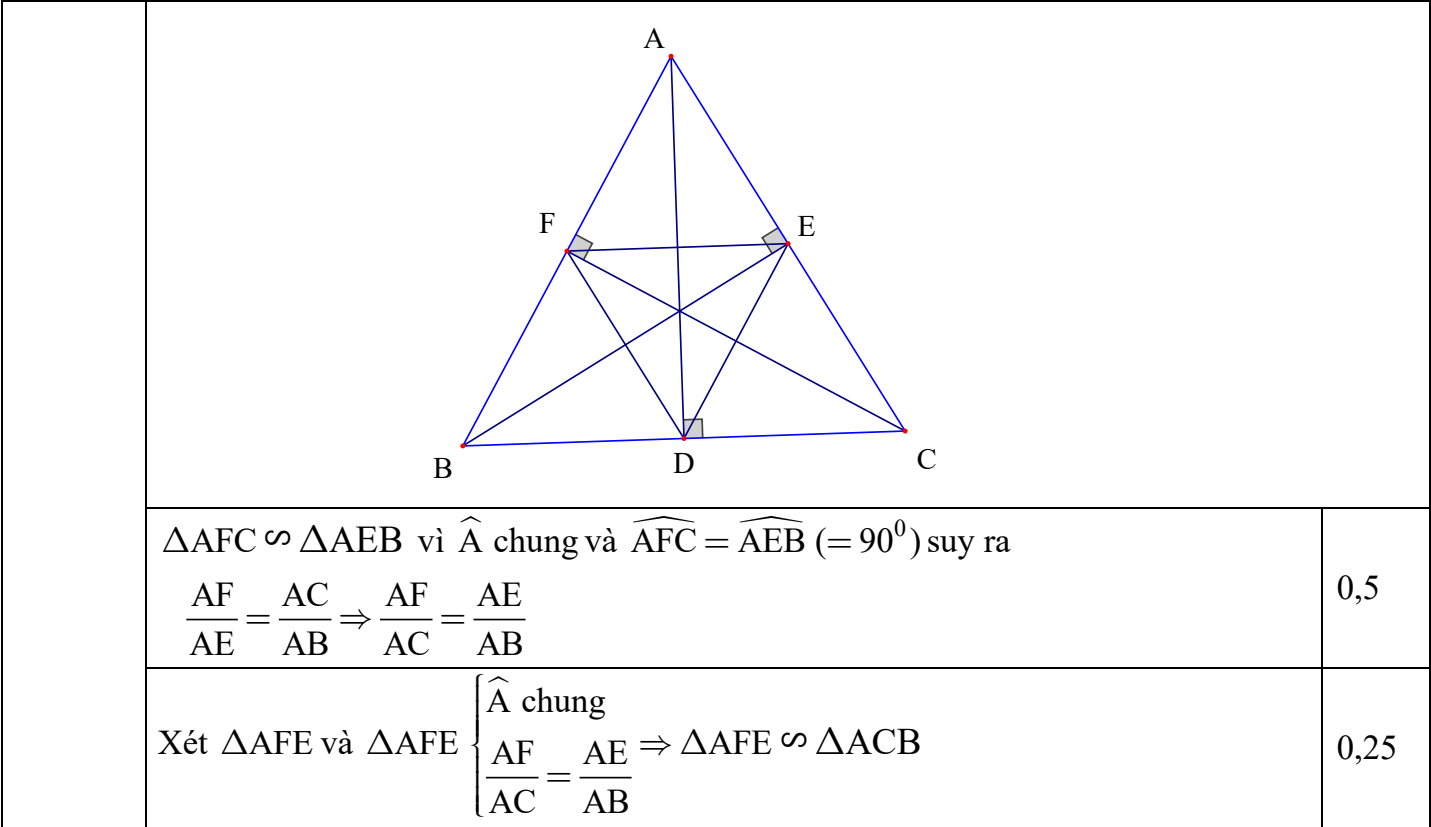
Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Từ H kẻ HE, HF theo thứ tự vuông góc với AB, AC ($E \in AB, F \in AC$)

- 1) Chứng minh: $AH^2 = AE \cdot AB$ và tam giác AEF đồng dạng với tam giác ACB.
- 2) Phân giác của $\widehat{AHB}$, $\widehat{AHC}$, $\widehat{BAC}$ theo thứ tự cắt AB, AC, BC theo thứ tự tại M, N và D.
Chứng minh: DM song song với AC và tứ giác AMDN là hình vuông.
- 3) Trên đoạn HC lấy điểm I sao cho $\widehat{BFH} = \widehat{HFI}$. Chứng minh ba điểm A, I và trung điểm của HF thẳng hàng.

1)													
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;"> +) Xét $\triangle AHB$ và $\triangle AEH$ có $\begin{cases} \widehat{H} = \widehat{E} (= 90^0) \\ \widehat{A} \text{ (chung)} \end{cases} \Rightarrow \triangle AHB \sim \triangle AEH$ (trường hợp đồng dạng thứ 3) </td><td style="text-align: center; vertical-align: middle; width: 10%;">0,5</td></tr> <tr> <td style="padding: 5px;">suy ra $\frac{AH}{AE} = \frac{AB}{AH} \Rightarrow AH^2 = AE \cdot AB$ (1)</td><td style="text-align: center; vertical-align: middle;">0,25</td></tr> <tr> <td style="padding: 5px;">+) Chứng minh tương tự ta có $AH^2 = AF \cdot AC$ (2)</td><td style="text-align: center; vertical-align: middle;">0,25</td></tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Từ (1) và (2) suy ra $AE \cdot AB = AF \cdot AC \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB}$</td><td style="text-align: center; vertical-align: middle;">0,25</td></tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Xét $\triangle AEF$ và $\triangle ACB$ có $\frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB}$ và $\widehat{A}$ chung $\Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle ACB$ (trường hợp đồng dạng thứ 2) đpcm.</td><td style="text-align: center; vertical-align: middle;">0,25</td></tr> </table>	+) Xét $\triangle AHB$ và $\triangle AEH$ có $\begin{cases} \widehat{H} = \widehat{E} (= 90^0) \\ \widehat{A} \text{ (chung)} \end{cases} \Rightarrow \triangle AHB \sim \triangle AEH$ (trường hợp đồng dạng thứ 3)	0,5	suy ra $\frac{AH}{AE} = \frac{AB}{AH} \Rightarrow AH^2 = AE \cdot AB$ (1)	0,25	+) Chứng minh tương tự ta có $AH^2 = AF \cdot AC$ (2)	0,25	Từ (1) và (2) suy ra $AE \cdot AB = AF \cdot AC \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB}$	0,25	Xét $\triangle AEF$ và $\triangle ACB$ có $\frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB}$ và $\widehat{A}$ chung $\Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle ACB$ (trường hợp đồng dạng thứ 2) đpcm.	0,25		
+) Xét $\triangle AHB$ và $\triangle AEH$ có $\begin{cases} \widehat{H} = \widehat{E} (= 90^0) \\ \widehat{A} \text{ (chung)} \end{cases} \Rightarrow \triangle AHB \sim \triangle AEH$ (trường hợp đồng dạng thứ 3)	0,5												
suy ra $\frac{AH}{AE} = \frac{AB}{AH} \Rightarrow AH^2 = AE \cdot AB$ (1)	0,25												
+) Chứng minh tương tự ta có $AH^2 = AF \cdot AC$ (2)	0,25												
Từ (1) và (2) suy ra $AE \cdot AB = AF \cdot AC \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB}$	0,25												
Xét $\triangle AEF$ và $\triangle ACB$ có $\frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB}$ và $\widehat{A}$ chung $\Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle ACB$ (trường hợp đồng dạng thứ 2) đpcm.	0,25												
2)	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">+) Theo tính chất đường phân giác ta có: $\frac{BM}{MA} = \frac{BH}{HA}, \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$ (3)</td><td style="text-align: center; vertical-align: middle;">0,25</td></tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Hai tam giác HBA và ABC đồng dạng với nhau vì $\widehat{B}$ chung, $\widehat{H} = \widehat{A}$ suy ra $\frac{HB}{HA} = \frac{AB}{AC}$ (4)</td><td style="text-align: center; vertical-align: middle;">0,25</td></tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Từ (3) và (4) suy ra $\frac{BM}{BA} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow DM \parallel AC$.</td><td style="text-align: center; vertical-align: middle;">0,25</td></tr> <tr> <td style="padding: 5px;">+) Ta có $DM \parallel AC \Rightarrow DM \perp MA \Rightarrow \widehat{DMA} = 90^0$</td><td style="text-align: center; vertical-align: middle;">0,25</td></tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Tương tự $\widehat{DNA} = 90^0$. Tứ giác AMDN có $\widehat{DNA} = \widehat{NAM} = \widehat{AMN} = 90^0$ nên tứ giác AMDN là hình chữ nhật.</td><td style="text-align: center; vertical-align: middle;">0,25</td></tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Hình chữ nhật AMDN có AD là phân giác của $\widehat{MAN}$ nên tứ giác AMDN là hình vuông (đpcm).</td><td style="text-align: center; vertical-align: middle;">0,25</td></tr> </table>	+) Theo tính chất đường phân giác ta có: $\frac{BM}{MA} = \frac{BH}{HA}, \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$ (3)	0,25	Hai tam giác HBA và ABC đồng dạng với nhau vì $\widehat{B}$ chung, $\widehat{H} = \widehat{A}$ suy ra $\frac{HB}{HA} = \frac{AB}{AC}$ (4)	0,25	Từ (3) và (4) suy ra $\frac{BM}{BA} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow DM \parallel AC$.	0,25	+) Ta có $DM \parallel AC \Rightarrow DM \perp MA \Rightarrow \widehat{DMA} = 90^0$	0,25	Tương tự $\widehat{DNA} = 90^0$. Tứ giác AMDN có $\widehat{DNA} = \widehat{NAM} = \widehat{AMN} = 90^0$ nên tứ giác AMDN là hình chữ nhật.	0,25	Hình chữ nhật AMDN có AD là phân giác của $\widehat{MAN}$ nên tứ giác AMDN là hình vuông (đpcm).	0,25
+) Theo tính chất đường phân giác ta có: $\frac{BM}{MA} = \frac{BH}{HA}, \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$ (3)	0,25												
Hai tam giác HBA và ABC đồng dạng với nhau vì $\widehat{B}$ chung, $\widehat{H} = \widehat{A}$ suy ra $\frac{HB}{HA} = \frac{AB}{AC}$ (4)	0,25												
Từ (3) và (4) suy ra $\frac{BM}{BA} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow DM \parallel AC$.	0,25												
+) Ta có $DM \parallel AC \Rightarrow DM \perp MA \Rightarrow \widehat{DMA} = 90^0$	0,25												
Tương tự $\widehat{DNA} = 90^0$. Tứ giác AMDN có $\widehat{DNA} = \widehat{NAM} = \widehat{AMN} = 90^0$ nên tứ giác AMDN là hình chữ nhật.	0,25												
Hình chữ nhật AMDN có AD là phân giác của $\widehat{MAN}$ nên tứ giác AMDN là hình vuông (đpcm).	0,25												

3)		
	+) Trên tia đối của tia AC lấy điểm K sao cho $AK = AF$. Vì $HF \parallel AB \Rightarrow \frac{BH}{BC} = \frac{AF}{AC} = \frac{AK}{AC}$.	0,5
	+) $\widehat{BFH} = \widehat{HFI}$ nên FH là tia phân giác của $\widehat{BFI}$, mặt khác $HF \perp AC \Rightarrow FC$ là phân giác ngoài của $\triangle BFI \Rightarrow \frac{HI}{HB} = \frac{CI}{CB} \left(= \frac{FI}{FB} \right) \Rightarrow \frac{BH}{BC} = \frac{HI}{CI} \Rightarrow \frac{AK}{AC} = \frac{HI}{CI}$ suy ra AI song song với KH.	0,25
	+) $\triangle FHK$ có $\begin{cases} AK = AF \\ AI \parallel KH \end{cases} \Rightarrow AI$ đi qua trung điểm của HK hay ba điểm A, I và trung điểm của HF thẳng hàng.	0,25

Cho tam giác nhọn ABC, các đường cao AD, BE, CF. Chứng minh rằng nếu $S_{\triangle AFE} = S_{\triangle FBD} = S_{\triangle DCE}$ thì tam giác ABC là tam giác đều.



	$\Rightarrow \frac{S_{\triangle AFE}}{S_{\triangle ACB}} = \left(\frac{AE}{AB}\right)^2$, tương tự $\Rightarrow \frac{S_{\triangle DFB}}{S_{\triangle ACB}} = \left(\frac{DB}{AB}\right)^2$	0,5
	Vì $S_{\triangle AEF} = S_{\triangle BFE} \Rightarrow \left(\frac{AE}{AB}\right)^2 = \left(\frac{BD}{AB}\right)^2 \Rightarrow AE = BD$	0,25
	Xét $\Rightarrow \triangle AEB = \triangle BDA$ (cạnh huyền góc nhọn) $\Rightarrow \widehat{BAE} = \widehat{ABD}$ (1) Tương tự $\widehat{BAC} = \widehat{ACB}$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ABC} = \widehat{BAC} = \widehat{ACB} \Rightarrow \triangle ABC$ là tam giác đều (đpcm)	0,25
Bài 6 (1,5 điểm)		
Chứng minh rằng nếu các số dương x, y, z thỏa mãn điều kiện: $\frac{x^3}{x^2 + xy + y^2} + \frac{y^3}{y^2 + zy + z^2} + \frac{z^3}{z^2 + zx + x^2} = 3$. Thì: $x + y + z \leq 9$.		
	Ta chứng minh, với mọi x, y ta có: $\frac{x^3}{x^2 + xy + y^2} \geq \frac{2x - y}{3}$ (1) $(1) \Leftrightarrow 3x^3 \geq (2x - y)(x^2 + xy + y^2)$ $\Leftrightarrow 3x^3 \geq 2x^3 + 2x^2y + 2xy^2 - yx^2 - xy^2 - y^3$	0,25
	$x^3 + y^3 - x^2y - xy^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^3 - x^2y + y^3 - xy^2 \geq 0$ $x^2(x - y) + y^2(y - x) \geq 0 \Leftrightarrow (x - y)(x^2 - y^2) \geq 0 \Leftrightarrow (x - y)^2(x + y) \geq 0$ đúng với mọi x, y dương.	0,25
	Tương tự ta có: $\frac{y^3}{y^2 + zy + z^2} \geq \frac{2y - z}{3}$ (2); $\frac{z^3}{z^2 + zx + x^2} \geq \frac{2z - x}{3}$ (3)	0,25
	Từ (1), (2), (3) suy ra: $\frac{x^3}{x^2 + xy + y^2} + \frac{y^3}{y^2 + zy + z^2} + \frac{z^3}{z^2 + zx + x^2} \geq \frac{x + y + z}{3}$	0,25
	Mà $\frac{x^3}{x^2 + xy + y^2} + \frac{y^3}{y^2 + zy + z^2} + \frac{z^3}{z^2 + zx + x^2} = 3 \Rightarrow \frac{x + y + z}{3} \leq 3$	0,25
	$\Leftrightarrow x + y + z \leq 9$ (đpcm). Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = 3$ Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = 3$	0,25