

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

NĂM HỌC 2018 - 2019

QUẬN ĐỒNG ĐA

MÔN: TOÁN 9

Thời gian làm bài: 90 phút.

Bài 1. (2,0 điểm).

1) Tính giá trị của biểu thức: $M = \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} - 3\sqrt{12} + \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}} + 1$

2) Giải phương trình: $\sqrt{9x-9} - 1 = \sqrt{x-1}$

Bài 2 (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{2x+3\sqrt{x}+9}{x-9} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0; x \neq 9$

1) Tính giá trị của A khi $x = 25$

2) Rút gọn biểu thức B

3) Cho $P = \frac{A}{B}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P

Bài 3 (2,0 điểm)

Cho hàm số bậc nhất $y = (m-1)x - 4$ (d) ($m \neq 1$)

1) Vẽ đồ thị hàm số khi $m = 2$

2) Tìm m để (d) song song với đồ thị hàm số $y = -3x + 2$ (d_1)

3) Tìm m để (d) cắt đồ thị hàm số $y = x - 7$ (d_2) tại một điểm nằm ở bên trái trục tung.

Bài 4 (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính AB . Vẽ tiếp tuyến Bx của (O) . Trên cùng 1 nửa mặt phẳng bờ AB có chứa Bx , lấy điểm M thuộc (O) (M khác A và B) sao cho $MA > MB$. Tia AM cắt Bx tại C . Từ C kẻ tiếp tuyến thứ hai CD với (O) (D là tiếp điểm)

- 1) Chứng minh $OC \perp BD$
- 2) Chứng minh bốn điểm O, B, C, D cùng thuộc một đường tròn
- 3) Chứng minh $\widehat{CMD} = \widehat{CDA}$
- 4) Kẻ MH vuông góc với AB tại H . Tìm vị trí của M để chu vi tam giác OMH đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5 (0,5 điểm)

Cho x, y, z là các số dương thay đổi thỏa mãn: $xy + yz + zx = 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 3x^2 + 3y^2 + z^2$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1. (2,0 điểm).

1) Tính giá trị của biểu thức: $M = \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} - 3\sqrt{12} + \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}} + 1$

$$M = \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} - 3\sqrt{12} + \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}} + 1$$

$$M = |1-\sqrt{3}| - 3\sqrt{4 \cdot 3} + \sqrt{\frac{33}{11}} + 1$$

$$M = \sqrt{3} - 1 - 3 \cdot 2\sqrt{3} + \sqrt{3} + 1$$

$$M = \sqrt{3} - 1 - 6\sqrt{3} + \sqrt{3} + 1$$

$$M = -4\sqrt{3}$$

2) Giải phương trình: $\sqrt{9x-9} - 1 = \sqrt{x-1}$

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 9x-9 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x \geq 9 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1$$

$$\sqrt{9x-9} - 1 = \sqrt{x-1} \Leftrightarrow \sqrt{9(x-1)} - 1 = \sqrt{x-1}$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x-1} - 1 = \sqrt{x-1}$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x-1} - \sqrt{x-1} = 1$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-1} = 1 \Leftrightarrow 4(x-1) = 1$$

$$\Leftrightarrow 4x - 4 = 1 \Leftrightarrow 4x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{4} \text{ (thỏa điều kiện } x \geq 1)$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = \frac{5}{4}$

Bài 2 (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{2x+3\sqrt{x}+9}{x-9} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0; x \neq 9$

1) Tính giá trị của A khi $x = 25$

2) Rút gọn biểu thức B

3) Cho $P = \frac{A}{B}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P

Lời giải

1) Với $x = 25$ (thỏa mãn điều kiện), thay vào A , ta có:

$$A = \frac{2\sqrt{25}-1}{\sqrt{25}-3}$$

$$A = \frac{2.5-1}{5-3} = \frac{10-1}{2} = \frac{9}{2}$$

2) Rút gọn biểu thức B

$$B = \frac{2x+3\sqrt{x}+9}{x-9} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$$

$$B = \frac{2x+3\sqrt{x}+9}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{2x+3\sqrt{x}+9-x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{x+6\sqrt{x}+9}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{(\sqrt{x}+3)^2}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$$

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của P

$$P = \frac{A}{B} = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} : \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$$

$$P = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$$

$$P = \frac{(2\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$$

$$P = \frac{2(\sqrt{x}+3)-7}{\sqrt{x}+3} = \frac{2(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}+3} + \frac{-7}{\sqrt{x}+3} = 2 + \frac{-7}{\sqrt{x}+3}$$

$$\text{Ta có: } x \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}+3 \geq 3 \Rightarrow \frac{-7}{\sqrt{x}+3} \geq \frac{-7}{3}$$

$$\Rightarrow P = 2 + \frac{-7}{\sqrt{x}+3} \geq 2 + \frac{-7}{3}$$

$$\Rightarrow P \geq \frac{-1}{3}$$

$$\text{Vậy } \min P = -\frac{1}{3} \text{ khi } x = 0$$

Bài 3 (2,0 điểm)

Cho hàm số bậc nhất $y = (m - 1)x - 4$ (d) ($m \neq 1$)

1) Vẽ đồ thị hàm số khi $m = 2$

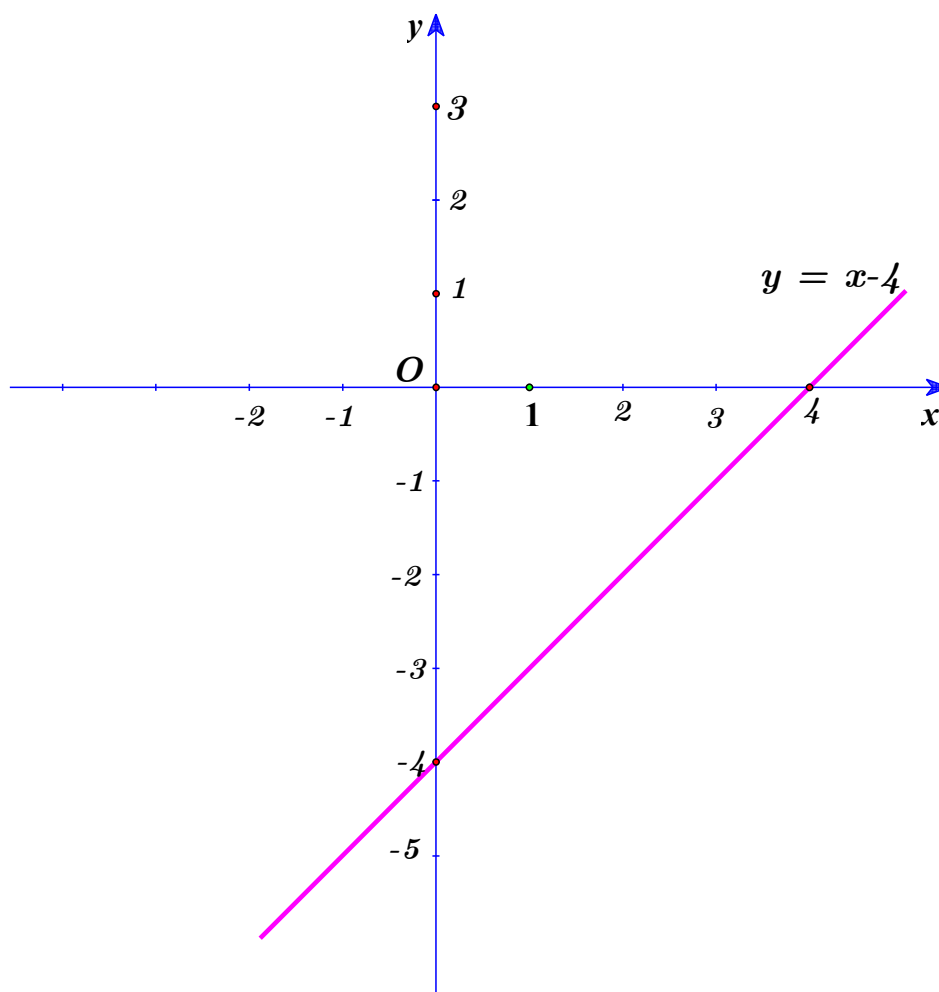
2) Tìm m để (d) song song với đồ thị hàm số $y = -3x + 2$ (d_1)

3) Tìm m để (d) cắt đồ thị hàm số $y = x - 7$ (d_2) tại một điểm nằm ở bên trái trục tung.

Lời giải

1) Thay $m = 2$, ta được: $y = x - 4$ (d)

Đồ thị hàm số $y = x - 4$ (d) là đường thẳng đi qua điểm $(0; -4)$ và điểm $(4; 0)$



$$2) (d) // (d_1) \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 = -3 \\ -4 \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$$

Vậy $(d) // (d_1)$ khi $m = -2$

3) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (d_2) :

$$(m-1)x - 4 = x - 7$$

$$\Leftrightarrow mx - x - 4 = x - 7$$

$$\Leftrightarrow mx - x - x = -7 + 4$$

$$\Leftrightarrow x(m-2) = -3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3}{m-2} \quad (m \neq 2)$$

Vì giao điểm của (d) và (d_2) nằm bên trái trục tung nên ta có:

$$x = \frac{-3}{m-2} < 0$$

$$\Leftrightarrow m-2 > 0$$

$$\Leftrightarrow m > 2$$

Vậy $m > 2$ thì (d) cắt (d_2) tại một điểm nằm bên trái trục tung.

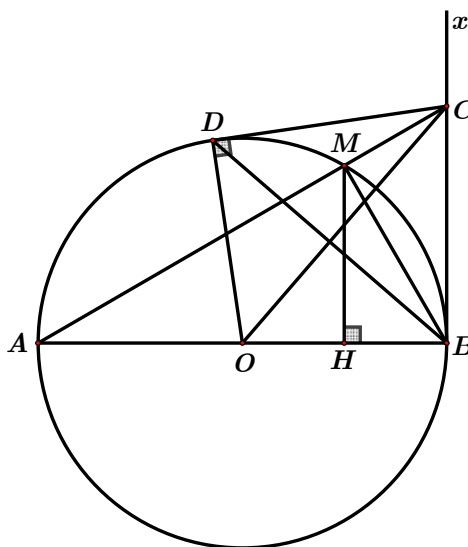
Bài 4 (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Vẽ tiếp tuyến Bx của (O) . Trên cùng 1 nửa mặt phẳng bờ AB có chứa Bx , lấy điểm M thuộc (O) (M khác A và B) sao cho $MA > MB$. Tia AM cắt Bx tại C . Từ C kẻ tiếp tuyến thứ hai CD với (O) (D là tiếp điểm)

- 1) Chứng minh $OC \perp BD$
- 2) Chứng minh bốn điểm O, B, C, D cùng thuộc một đường tròn
- 3) Chứng minh $\widehat{CMD} = \widehat{CDA}$
- 4) Kẻ MH vuông góc với AB tại H . Tìm vị trí của M để chu vi tam giác OMH đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải

- 1) Chứng minh $OC \perp BD$



Ta có: CD, CB là hai tiếp tuyến của (O)

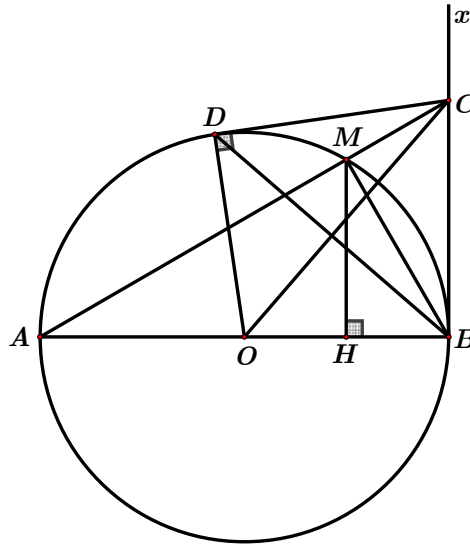
$\Rightarrow CD = CB$ (Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Mà $OD = OB = R$

$\Rightarrow OC$ là đường trung trực của đoạn thẳng DB

$\Rightarrow OC \perp DB$

2) Chứng minh bốn điểm O, B, C, D cùng thuộc một đường tròn



Ta có: $OB \perp BC$ (vì BC là tiếp tuyến của (O))

$\Rightarrow \triangle OBC$ nội tiếp đường tròn đường kính OC

$\Rightarrow O, B, C$ cùng thuộc đường tròn đường kính OC (1)

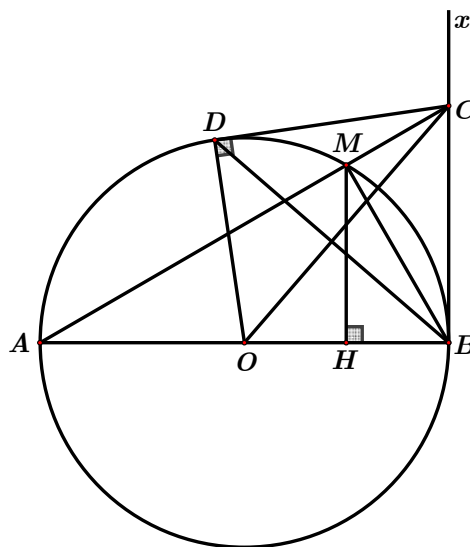
Tương tự, ta có: $OD \perp DC$ (vì DC là tiếp tuyến của (O))

$\Rightarrow \triangle ODC$ nội tiếp đường tròn đường kính OC

$\Rightarrow O, D, C$ cùng thuộc đường tròn đường kính OC (2)

Từ (1) và (2) suy ra: bốn điểm O, B, C, D cùng thuộc một đường tròn đường kính OC

3) Chứng minh $\widehat{CMD} = \widehat{CDA}$



Ta có: $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (vì $\triangle AMB$ nội tiếp đường tròn đường kính AB)

$$\Rightarrow BM \perp AC$$

Xét ΔABC vuông tại B có $BM \perp AC$

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có: $CM.AC = CB^2$

Mà $CD = CB(cmt)$ nên $CM.AC = CD^2$

$$\Rightarrow \frac{CM}{CD} = \frac{CD}{AC}$$

Xét ΔCMD và ΔCDA có:

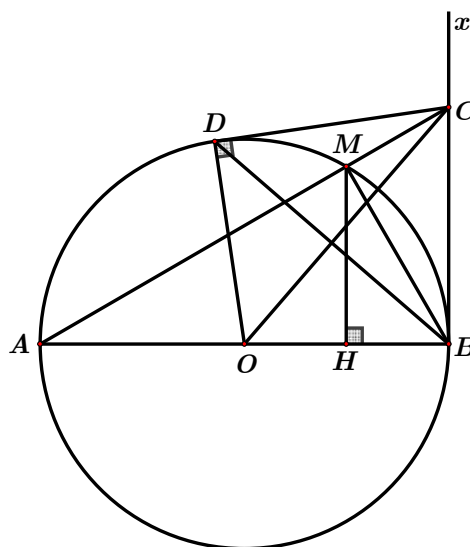
$$\frac{CM}{CD} = \frac{CD}{AC} (cmt)$$

$\widehat{ACD}$ là góc chung

Do đó: $\Delta CMD \propto \Delta CDA(c.g.c)$

$$\Rightarrow \widehat{CMD} = \widehat{CDA}$$

4) Tìm vị trí của M để chu vi tam giác OMH đạt giá trị lớn nhất.



Chu vi $\Delta OMH = R + OH + MH$

Ta có: $(OH + MH)^2 = OH^2 + 2OH.MH + MH^2$ (Hằng đẳng thức)

$$(OH + MH)^2 = (OH^2 + MH^2) + 2OH.MH$$

$$(OH + MH)^2 = R^2 + 2OH.MH \text{ (Định lý Pitago cho } \triangle OHM \text{ vuông tại } H)$$

Ta lại có: $R^2 = OH^2 + HM^2 \geq 2OH \cdot OM$ (Bất đẳng thức Cauchy)

Do đó: $(OH + MH)^2 = R^2 + 2OH.MH \leq 2R^2$

$$\Rightarrow OH + MH \leq \sqrt{2}R$$

$$\Rightarrow \text{Chu vi } \Delta OMH = R + OH + MH \leq R + \sqrt{2}R = (1 + \sqrt{2})R$$

Suy ra: chu vi ΔOMH đạt giá trị lớn nhất là $(1 + \sqrt{2})R$ khi $OH = MH$

$$\Rightarrow \Delta OMH \text{ vuông cân tại } H \Rightarrow \widehat{HOM} = 45^\circ$$

Vậy chu vi ΔOMH đạt giá trị lớn nhất là $(1 + \sqrt{2})R$ khi điểm M thuộc đường tròn (O) thỏa mãn $\widehat{HOM} = 45^\circ$

Bài 5 (0,5 điểm)

Cho x, y, z là các số dương thay đổi thỏa mãn: $xy + yz + zx = 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 3x^2 + 3y^2 + z^2$

Lời giải

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương: x^2 và y^2 , ta được:

$$x^2 + y^2 \geq 2\sqrt{x^2 y^2} = 2xy \text{ (vì } x, y \text{ là các số dương)} \quad (1)$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương $2x^2$ và $\frac{z^2}{2}$, ta được:

$$2x^2 + \frac{z^2}{2} \geq 2\sqrt{2x^2 \cdot \frac{z^2}{2}} = 2xz \text{ (vì } x, z \text{ là các số dương)} \quad (2)$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương $2y^2$ và $\frac{z^2}{2}$, ta được:

$$2y^2 + \frac{z^2}{2} \geq 2\sqrt{2y^2 \cdot \frac{z^2}{2}} = 2yz \text{ (vì } y, z \text{ là các số dương)} \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra: $T = 3x^2 + 3y^2 + z^2 \geq 2xy + 2xz + 2yz$

$$\Rightarrow T \geq 2(xy + xz + yz) \Rightarrow T \geq 10$$

Dấu "=" xảy ra khi $x^2 = y^2$ và $2x^2 = \frac{z^2}{2}$

$\Rightarrow x = y$ và $z = 2x$ (vì x, y, z là các số dương). Thay $x = y$ và $z = 2x$ vào

$xy + yz + zx = 5$, ta được: $5x^2 = 5 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1$ (vì $x > 0$)

$$\Rightarrow y = x = 1; z = 2x = 2$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của T là 10 khi $x = y = 1; z = 2$