

Câu 1. (2,0 điểm) Tính:

a) $0,5 + \frac{3}{16} - \frac{-3}{4}$;

b) $\frac{2}{3} - \left(2 - \frac{1}{3}\right) + \frac{3}{2} + (0,75)^0$;

c) $\frac{5}{4} - \frac{5}{6} : \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{6}\right) + \frac{11}{12}$;

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(-1\frac{1}{2}\right) : 1,5$

Câu 2. (2,0 điểm) Tìm x, y, z biết:

a) $2x = 3y$ và $xy = 54$;

b) $\frac{x}{8} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$ và $2x + y - z = -30$

Câu 3. (2,0 điểm) Hướng ứng phong trào khuyến góp sách, ba lớp $7A_1, 7A_2, 7A_3$ đã khuyến góp được tổng số 180 cuốn sách. Biết số cuốn sách của 3 lớp $7A_1, 7A_2, 7A_3$ tỉ lệ với các số 5; 6; 4. Tính số sách mà mỗi lớp đã khuyến góp được.

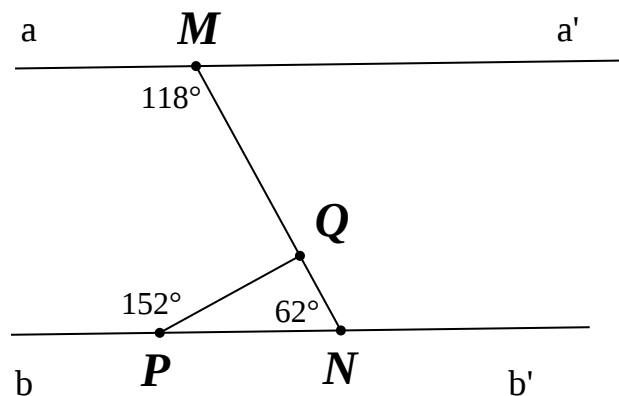
Câu 4. (3,5 điểm) Vẽ lại hình và chú thích đầy đủ

Cho hình vẽ. Biết $\widehat{MNB} = 62^\circ$; $\widehat{NMa} = 118^\circ$; $\widehat{QPb} = 152^\circ$

a) Chứng minh $aa' // bb'$;

b) Tính số đo góc MQP . Trên nửa mặt phẳng bờ aa' chứa điểm N , vẽ tia $Mx // QP$.
Tính số đo góc aMx ;

c) Trên nửa mặt phẳng bờ aa' không chứa điểm N vẽ tia Mx' sao cho $\widehat{aMx} = \widehat{a'Mx'}$.
Chứng minh hai tia Mx và Mx' là hai tia đối nhau.



Câu 5. (0,5 điểm) Học sinh chỉ chọn một trong hai ý sau :

a) Cho các số a, b, c thỏa mãn $a.b.c \neq 0$ và $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} = \frac{1}{3}$.

Tính $S = a + b + c = 2020$.

b) Tìm các số a, b, c nguyên dương thỏa mãn: $a^3 + 3a^2 + 5 = 5^b$ và $a + 3 = 5^c$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**Câu 1.** (2,0 điểm) Tính:

a) $0,5 + \frac{3}{16} - \frac{-3}{4}$;

b) $\frac{2}{3} - \left(2 - \frac{1}{3}\right) + \frac{3}{2} + (0,75)^0$;

c) $\frac{5}{4} - \frac{5}{6} : \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{6}\right) + \frac{11}{12}$;

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(-1\frac{1}{2}\right) : 1,5$

Lời giải

a) $0,5 + \frac{3}{16} - \frac{-3}{4} = \frac{8}{16} + \frac{3}{16} + \frac{12}{16} = \frac{11}{16} + \frac{12}{16} = \frac{23}{16}$.

b) $\frac{2}{3} - \left(2 - \frac{1}{3}\right) + \frac{3}{2} + (0,75)^0 = \frac{2}{3} - \left(\frac{6}{3} - \frac{1}{3}\right) + \frac{3}{2} + 1 = \frac{2}{3} - \frac{5}{3} + \frac{3}{2} + 1 = \frac{-3}{3} + \frac{3}{2} + 1 = -1 + \frac{3}{2} + 1 = (-1+1) + \frac{3}{2} = 0 + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$.

c) $\frac{5}{4} - \frac{5}{6} : \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{6}\right) + \frac{11}{12} = \frac{5}{4} - \frac{5}{6} : \left(\frac{9}{24} - \frac{4}{24}\right) + \frac{11}{12} = \frac{5}{4} - \frac{5}{6} : \frac{5}{24} + \frac{11}{12} = \frac{5}{4} - \frac{5}{6} \cdot \frac{24}{5} + \frac{11}{12} = \frac{5}{4} - 4 + \frac{11}{12} = \frac{15}{12} - \frac{48}{12} + \frac{11}{12} = \frac{-33}{12} + \frac{11}{12} = \frac{-22}{12} = \frac{-11}{6}$.

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(-1\frac{1}{2}\right) : 1,5 = \frac{2}{3} + \frac{-3}{2} : \frac{3}{2} = \frac{2}{3} + \frac{-3}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3} - 1 = \frac{2}{3} - \frac{3}{3} = \frac{-1}{3}$

Câu 2. (2,0 điểm) Tìm x, y, z biết:

a) $2x = 3y$ và $xy = 54$;

b) $\frac{x}{8} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$ và $2x + y - z = -30$

Lời giải

a) Ta có: $2x = 3y \Rightarrow x = \frac{3}{2}y$. Thay $x = \frac{3}{2}y$ vào $xy = 54$ ta được:

$$\frac{3}{2}y \cdot y = 54 \Rightarrow y^2 = 54 : \frac{3}{2} \Rightarrow y^2 = 36 \Rightarrow \begin{cases} y = 6 \\ y = -6 \end{cases}$$

Với $y = 6$ ta có $x = \frac{3}{2} \cdot 6 = 9$

Với $y = -6$ ta có $x = \frac{3}{2} \cdot (-6) = -9$

Vậy cặp giá trị $(x; y)$ cần tìm là $(9; 6)$ và $(-9; -6)$

b) $\frac{x}{8} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$ và $2x + y - z = -30$

Theo bài ra ta có: $\frac{x}{8} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6} = \frac{2x + y - z}{2.8 + 5 - 6} = \frac{-30}{15} = -2$ (áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng

nhau)

Khi đó ta có: $\frac{x}{8} = -2 \Rightarrow x = -2.8 \Rightarrow x = -16$

$$\frac{y}{5} = -2 \Rightarrow y = -2.5 \Rightarrow y = -10$$

$$\frac{z}{6} = -2 \Rightarrow z = -2.6 \Rightarrow z = -12$$

Vậy $x = -16; y = -10; z = -12$.

Câu 3. (2,0 điểm) Hướng ứng phong trào khuyến góp sách, ba lớp $7A_1, 7A_2, 7A_3$ đã khuyến góp được tổng số 180 cuốn sách. Biết số cuốn sách của 3 lớp $7A_1, 7A_2, 7A_3$ tỉ lệ với các số 5; 6; 4. Tính số sách mà mỗi lớp đã khuyến góp được.

Lời giải

Gọi số sách mà ba lớp $7A, 7B, 7C$ khuyến góp được lần lượt là $x; y; z$ ($x; y; z \in \mathbb{N}^*$)

Vì số cuốn sách của 3 lớp $7A_1, 7A_2, 7A_3$ tỉ lệ với các số 5; 6; 4 ta có: $\frac{x}{5} = \frac{y}{6} = \frac{z}{4}$.

Vì đã khuyến góp được tổng số 180 cuốn sách nên : $x + y + z = 180$

Ta có: $\frac{x}{5} = \frac{y}{6} = \frac{z}{4} = \frac{x + y + z}{5 + 6 + 4} = \frac{180}{15} = 12$ (áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau)

Khi đó ta có:

$$\frac{x}{5} = 12 \Rightarrow x = 12.5 \Rightarrow x = 60 \text{ (TM)}$$

$$\frac{y}{6} = 12 \Rightarrow y = 12.6 \Rightarrow y = 72 \text{ (TM)}$$

$$\frac{z}{4} = 12 \Rightarrow z = 12.4 \Rightarrow z = 48 \text{ (TM)}$$

Vậy số sách mà ba lớp $7A, 7B, 7C$ khuyến góp được lần lượt là 60; 72; 48 cuốn sách.

Câu 4. (3,5 điểm) Vẽ lại hình và chú thích đầy đủ

Cho hình vẽ. Biết $\widehat{MNB} = 62^\circ$; $\widehat{NMa} = 118^\circ$; $\widehat{QPb} = 152^\circ$

a) Chứng minh $aa' // bb'$;

b) Tính số đo góc MQP . Trên nửa mặt phẳng bờ aa' chứa điểm N , vẽ tia $Mx // QP$.

Tính số đo góc aMx ;

c) Trên nửa mặt phẳng bờ aa' không chứa điểm N vẽ tia Mx' sao cho $\widehat{aMx} = \widehat{a'Mx'}$. Chứng minh hai tia Mx và Mx' là hai tia đối nhau.

Lời giải

a.

Vì $\widehat{MNB} + \widehat{NMa} = 62^\circ + 118^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này ở vị trí trong cùng phía nên $aa' // bb'$ (dấu hiệu nhận biết)

b. Ta có :

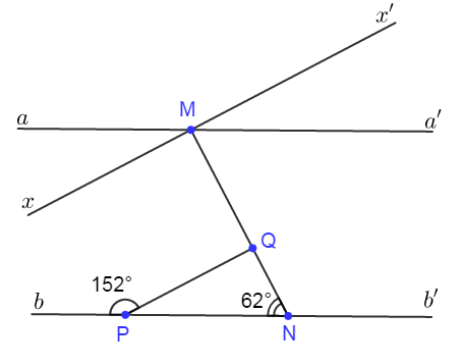
$\widehat{QPb} + \widehat{QPN} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{QPN} = 180^\circ - \widehat{QPb} = 28^\circ$ (hai góc bù nhau)

Ta có : $\widehat{MQP} = \widehat{QPN} + \widehat{QNP} = 28^\circ + 62^\circ = 90^\circ$ (tính chất góc ngoài tam giác)

Vì $Mx // QP$ và $\widehat{MQP} = 90^\circ$ suy ra $\widehat{xMQ} = 90^\circ$ (quan hệ song song và vuông góc)

Từ đó : $\widehat{aMx} = 118^\circ - \widehat{xMQ} = 118^\circ - 90^\circ = 28^\circ$

c. Ta có : $\widehat{aMx} + \widehat{xMa'} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{aMx} + \widehat{x'Ma'} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{x'Mx'} = 180^\circ$ hay Mx và Mx' là hai tia đối nhau.



Câu 5. (0,5 điểm) Học sinh chỉ chọn một trong hai ý sau :

a) Cho các số a, b, c thỏa mãn $a.b.c \neq 0$ và $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} = \frac{1}{3}$.

Tính $S = a + b + c + 2020$.

b) Tìm các số a, b, c nguyên dương thỏa mãn: $a^3 + 3a^2 + 5 = 5^b$ và $a + 3 = 5^c$

Lời giải

a.

Ta có:

$$\begin{aligned} & \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} = \frac{1}{3} \\ \Leftrightarrow & \frac{a+b}{c} + 1 + \frac{b+c}{a} + 1 + \frac{c+a}{b} + 1 = 3 + \frac{1}{3} \\ \Leftrightarrow & \frac{a+b+c}{c} + \frac{a+b+c}{a} + \frac{a+b+c}{b} = \frac{10}{3} \\ \Leftrightarrow & (a+b+c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = \frac{10}{3} \\ \Leftrightarrow & (a+b+c) \cdot \frac{1}{3} = \frac{10}{3} \\ \Leftrightarrow & a+b+c = 10 \end{aligned}$$

Thay vào ta có: $S = 10 + 2020 = 2030$.

b. Tìm các số a, b, c nguyên dương thỏa mãn: $a^3 + 3a^2 + 5 = 5^b$ (1) và $a + 3 = 5^c$ (2)

Ta có:

$$\begin{aligned}a^3 + 3a^2 + 5 &= 5^b \\ \Leftrightarrow a^2(a + 3) + 5 &= 5^b \\ \Leftrightarrow a^2 \cdot 5^c + 5 &= 5^b \quad (3)\end{aligned}$$

Xét:

TH1: $c = 1$ thay vào (2) ta có $a = 2$, khi đó thay tiếp vào (1) ta được $b = 2$.

TH2: $c > 1$ khi đó từ (3) suy ra $b > 1$ nhưng sẽ vô lý vì cả $a^2 \cdot 5^c$; 5^b đều chia hết cho 5^2 mà 5 thì không.

Vậy $a = 2; b = 2; c = 1$.