

BẢN CHÍNH

Bài 1 (2,00 điểm): (Không dùng máy tính cầm tay)

a) Giải phương trình $2x^2 + x - 6 = 0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$.

Bài 2 (2,00 điểm):

Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx - 4$.

a) Vẽ đồ thị (P).

b) Xác định m để (d) tiếp xúc với (P).

Bài 3 (2,00 điểm):

Cho phương trình $x^2 - (m + 4)x + 3m + 3 = 0$ (1) (với m là tham số).

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm tất cả các giá trị dương của m để biểu thức $x_1^2 - x_1 = x_2 - x_2^2 + 8$.

Bài 4 (3,50 điểm):

Từ điểm M ở ngoài đường tròn (O), kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn (O), A và B là các tiếp điểm. Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng MB; C là giao điểm của AE và (O) (điểm C khác điểm A), H là giao điểm của AB và MO.

a) Chứng minh 4 điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $EB^2 = EC \cdot EA$.

c) Chứng minh HCEB là một tứ giác nội tiếp.

d) Gọi D là giao điểm của MC và (O) (điểm D khác điểm C). Chứng minh $\triangle ABD$ là tam giác cân.

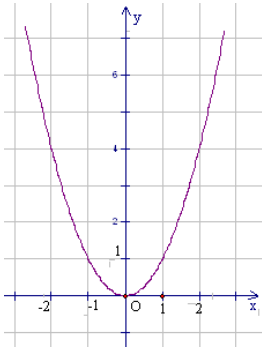
Bài 5 (0,50 điểm): Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $a + b \leq 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{a(b+1)} + \sqrt{b(a+1)}$$

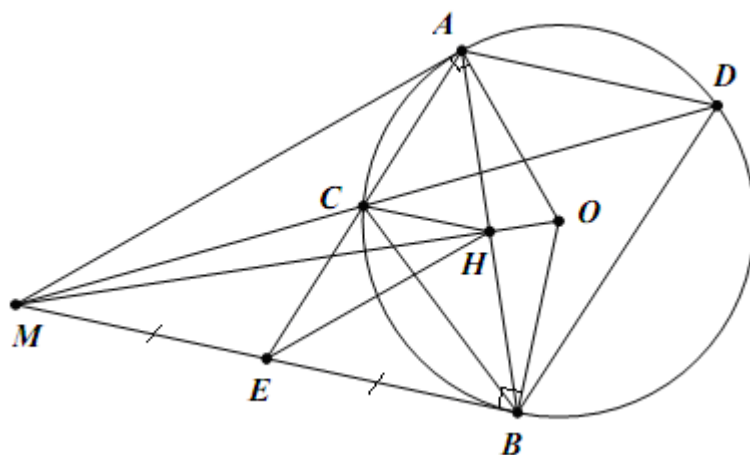
---HẾT---

(Đề có 01 trang. Giáo viên coi kiểm tra không giải thích gì thêm)

BẢN CHÍNH

Bài	Đáp án	Điểm												
1.a	Giải phương trình $2x^2 + x - 6 = 0$.	1,00												
	+ Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 49 > 0$ $\sqrt{\Delta} = \sqrt{49} = 7$ + Vì $\Delta > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt.	0,50												
	$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + 7}{2 \cdot 2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - 7}{2 \cdot 2} = -2$ Vậy phương trình có nghiệm là $x_1 = \frac{3}{2}$ và $x_2 = -2$.	0,50												
1.b	Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$.	1,00												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - 3y = 9 \end{cases}$	0,25												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ x - y = 3 \end{cases}$	0,25												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 - y = 3 \end{cases}$	0,25												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x ; y) = (2 ; -1)$.	0,25												
2.a	Trong mặt phẳng Oxy, cho (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx - 4$. a) Vẽ đồ thị (P).	1,00												
	Bảng giá trị <table><tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>y = x²</td><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td></tr></table>	x	-2	-1	0	1	2	y = x ²	4	1	0	1	4	0,50
	x	-2	-1	0	1	2								
y = x ²	4	1	0	1	4									
Đồ thị (P) 	0,50													

2.b	Xác định m để (d) tiếp xúc với (P).	1,00
	+ Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình $x^2 = mx - 4 \Leftrightarrow x^2 - mx + 4 = 0 (*)$	0,25
	+ Đê (d) tiếp xúc với (P) thì phương trình (*) có nghiệm kép	0,25
	$\Leftrightarrow \Delta = 0$ $\Leftrightarrow (-m)^2 - 4.1.4 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow m^2 = 16$ $\Leftrightarrow m = \pm 4$ Vậy $m = \pm 4$	0,25
3.a	Cho phương trình $x^2 - (m + 4)x + 3m + 3 = 0$ (1) (với m là tham số). a) Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.	1,00
	+ Ta có: $\Delta = (m + 4)^2 - 4.1.(3m + 3)$	0,25
	$= m^2 + 8m + 16 - 12m - 12$ $= m^2 - 4m + 4$	0,25
	$= (m - 2)^2 \geq 0 \text{ với mọi } m$	0,25
	+ Vì $\Delta \geq 0$ với mọi m nên phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m.	0,25
3.b	b) Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm tất cả các giá trị dương của m để biểu thức $x_1^2 - x_1 = x_2 - x_2^2 + 8$.	1,00
	+ Vì phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m nên theo định lý Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 4 \\ x_1 . x_2 = 3m + 3 \end{cases}$	0,25
	+ Ta có: $x_1^2 - x_1 = x_2 - x_2^2 + 8$ $\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 = x_1 + x_2 + 8$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = (x_1 + x_2) + 8$	0,25
	Suy ra $(m + 4)^2 - 2(3m + 3) = m + 4 + 8$ $\Leftrightarrow m^2 + 8m + 16 - 6m - 6 = m + 12$ $\Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0 \quad (a = 1, b = 1, c = -2)$	0,25
	+ Vì $a + b + c = 1 + 1 + (-2) = 0$ nên $m_1 = 1; m_2 = -2$ + Vì m dương nên $m = m_1 = 1$. Vậy $m = 1$	0,25
4	Từ điểm M ở ngoài đường tròn (O), kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn (O), A và B là các tiếp điểm. Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng MB; C là giao điểm của AE và (O) (điểm C khác điểm A), H là giao điểm của AB và MO.	



	Chứng minh 4 điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.	1,00
4.a	+ Xét tứ giác MAOB, ta có: $\widehat{MAO} = 90^\circ$ (MA là tiếp tuyến của (O))	0,25
	$\widehat{MBO} = 90^\circ$ (MB là tiếp tuyến của (O))	0,25
	Suy ra: $\widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$	0,25
	$\Rightarrow$ Tứ giác MAOB nội tiếp	0,25
	Vậy 4 điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.	
	Chứng minh $EB^2 = EC.EA$.	1,00
4.b	+ Xét (O), ta có: $\widehat{BAE} = \widehat{CBE}$ (cùng chắn $\widehat{BC}$)	0,25
	+ Xét $\triangle ABE$ và $\triangle BCE$, ta có: $\widehat{E}$ là góc chung ; $\widehat{BAE} = \widehat{CBE}$ (cmt)	0,25
	Suy ra $\triangle ABE \sim \triangle BCE$ (g – g)	0,25
	$\Rightarrow \frac{BE}{CE} = \frac{AE}{BE} \Rightarrow EB^2 = EC.EA$.	0,25
	Vậy $EB^2 = EC.EA$.	
	Chứng minh HCEB là một tứ giác nội tiếp.	1,00
4.c	+ Xét (O) ta có: $OA = OB$ (bán kính). $MA = MB$ (t/c hai tiếp tuyến cắt nhau). Suy ra MO là đường trung trực của AB $\Rightarrow MO \perp AB$ tại H.	0,25
	+ Xét $\triangle MHB$ vuông tại H, ta có: E là trung điểm của MB (gt) Suy ra $EH = EB$ $\Rightarrow \triangle EHB$ cân tại E $\Rightarrow \widehat{BHE} = \widehat{EBH}$ (1)	0,25
	+ Ta có: $\triangle ABE \sim \triangle BCE$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{ECB} = \widehat{EBH}$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ECB} = \widehat{EBH}$	
	+ Xét tứ giác HCEB, ta có: $\widehat{ECB} = \widehat{EBH} \Rightarrow$ Tứ giác HCEB nội tiếp	
	Vậy HCEB là một tứ giác nội tiếp.	0,25

4.d	Gọi D là giao điểm của MC và (O) (điểm D khác điểm C). Chứng minh $\triangle ABD$ là tam giác cân.	0,50
	+ Ta có: $EB^2 = EC.EA$ (cmt) $\Rightarrow EM^2 = EC.EA$ (E là trung điểm của ME) $\Rightarrow \frac{ME}{AE} = \frac{EC}{EM}$ $\Rightarrow \triangle MEC \cong \triangle AEM$ (c – g – c) (do có $\angle E$ là góc chung) $\Rightarrow \widehat{EMC} = \widehat{MAE}$ mà $\widehat{ADM} = \widehat{MAE}$ (cùng chắn $\widehat{AC}$) Suy ra $\widehat{ADM} = \widehat{EMD} \Rightarrow AD \parallel MB$	0,25
	+ Ta có: $AD \parallel MB$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{DAB} = \widehat{ABE}$ (slt) mà $\widehat{ABE} = \widehat{ADB}$ (cùng chắn $\widehat{AB}$) Suy ra $\widehat{DAB} = \widehat{ADB} \Rightarrow \triangle ABD$ là tam giác cân tại B. Vậy $\triangle ABD$ là tam giác cân tại B.	0,25
5	Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $a + b \leq 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{a(b+1)} + \sqrt{b(a+1)}$	0,50
	+ Ta có: $\sqrt{2} P = \sqrt{2a(b+1)} + \sqrt{2b(a+1)}$ + Áp dụng BĐT Côsi cho hai số không âm, ta có: $\sqrt{2a(b+1)} \leq \frac{2a+b+1}{2} \text{ và } \sqrt{2b(a+1)} \leq \frac{2b+a+1}{2}$ Suy ra $\sqrt{2} P \leq \frac{2a+b+1}{2} + \frac{2b+a+1}{2} = \frac{3(a+b)+2}{2} \leq \frac{3.2+2}{2}$ mà $\frac{3(a+b)+2}{2} \leq \frac{3.2+2}{2} = 4$ (vì $a+b \leq 2$) Suy ra $P \leq 2\sqrt{2}$	0,25
	Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} 2a = b+1 \\ 2b = a+1 \\ a+b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = 1$ Vậy giá trị lớn nhất của P là $2\sqrt{2}$ khi $a = b = 1$	0,25

---HẾT---

Ghi chú: Mọi cách giải khác nếu đúng vẫn ghi điểm tối đa theo từng phần tương ứng.