NGUYỄN MINH HIẾU

Tuyển tập đề thi

TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH (2013-2024)

ĐỒNG HỚI 2023

Mục lục

Phần I

ĐỀ THI

ĐỀ SỐ 1

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH NĂM HỌC 2023-2024

Câu 1.1 (2,5 điểm) Cho biểu thức $A = \dfrac{1}{\sqrt{a}+2} + \dfrac{4}{a-4}$, với $a \geqslant 0$ và $a \neq 4$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm tất cả các giá trị của A để $A = \dfrac{1}{2}$.

Câu 1.2 (1,0 điểm) Giải phương trình $x^2 + 3x - 4 = 0$.

Câu 1.3 (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + 3x + m - 3 = 0$, (m là tham số).

a) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm.

b) Trong trường hợp phương trình có hai nghiệm x_1, x_2, tìm tất cả các của m để x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $2x_1x_2 - (x_1 + x_2) = 2$.

Câu 1.4 (1,0 điểm) Với $x \in \mathbb{R}$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = 9x^2 - 2|3x - 2| - 12x + 2028.$$

Câu 1.5 (3,5 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB và điểm C thuộc nửa đường tròn đó (C khác A và B). Lấy điểm E thuộc cung AC (E khác A và C) sao cho $AE < BC$, gọi M là giao điểm của AC và BE. Kẻ MH vuông góc với AB tại H.

a) Chứng minh tứ giác $BCMH$ nội tiếp.

b) Chứng minh tam giác ACE đồng dạng với tam giác HCM.

c) Gọi K là giao điểm của OE và HC. Chứng minh $KE \cdot KO = KC \cdot KH$.

——— Hết ———

ĐỀ SỐ 2

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH NĂM HỌC 2022-2023

Câu 2.1 (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = 5\sqrt{7} + \sqrt{28} - \sqrt{63}$.

b) $B = \dfrac{a + 2\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} + 1} + \dfrac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a}}$ (với $a > 0$).

Câu 2.2 (1,5 điểm)

a) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = (m+1)x - 2$ đi qua điểm $A(1;3)$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 5x - 2y &= 8 \\ x + 2y &= 4. \end{cases}$

Câu 2.3 (2,0 điểm) Cho phương trình:

$$x^2 + 2mx - 5 = 0 \qquad (1)$$

(với m là tham số).

a) Giải phương trình (1) với $m = 2$.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1^2 + x_2^2 + 5x_1x_2 = 1.$$

Câu 2.4 (1,0 điểm) Cho $x, y > 0$ và thỏa mãn $x + y + 2xy = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = x^2 + y^2.$$

Câu 2.5 (3,5 điểm) Cho tam giác ABC nhọn với $AB < AC$. Các đường cao BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp.

b) Gọi D là giao điểm của AH và BC. Chứng minh AD là phân giác của góc $\widehat{EDF}$.

c) Đường thẳng đi qua D và song song với EF cắt AB, CF lần lượt tại I và J. Chứng minh D là trung điểm IJ.

——— Hết ———

ĐỀ SỐ 3

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH NĂM HỌC 2021-2022

Câu 3.1 (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{50}$.

b) $B = \left(3 + \dfrac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \cdot \left(3 - \dfrac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right)$ (với $a \geqslant 0, a \neq 1$).

Câu 3.2 (1,5 điểm)

a) Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = (m-1)x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 2y &= 8 \\ 3x - 4y &= 2. \end{cases}$

Câu 3.3 (2,0 điểm) Cho phương trình

$$x^2 - 6x + m + 4 = 0 \qquad (1)$$

(với m là tham số).

a) Giải phương trình (1) khi $m = 1$.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$2020\left(x_1 + x_2\right) - 2021x_1x_2 = 2014.$$

Câu 3.4 (1,0 điểm) Cho a, b là các số thực dương. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{a+b}{\sqrt{a(15a+b)} + \sqrt{b(15b+a)}} \geqslant \frac{1}{4}.$$

Câu 3.5 (3,5 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB, dây cung MN vuông góc với AB tại I sao cho $AI < BI$. Trên đoạn thẳng MI lấy điểm H (H khác M và I), tia AH cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm thứ hai là K. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác $BIHK$ nội tiếp đường tròn.

b) Tam giác AHM đồng dạng với tam giác AMK.

c) $AH \cdot AK + BI \cdot AB = 4R^2$.

——— Hết ———

ĐỀ SỐ 4

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH NĂM HỌC 2020-2021

4.1 (2,0 điểm) Cho biểu thức

$$P = \frac{2x}{x-9} + \frac{3}{\sqrt{x}-3} + \frac{3}{\sqrt{x}+3} \quad (\text{với } x \geqslant 0, x \neq 9).$$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm các giá trị của x để $P = -\frac{1}{2}$.

4.2 (1,5 điểm) Cho hàm số

$$y = (m-3)x + 2n - 5 \tag{1}$$

có đồ thị là đường thẳng d (với m, n là tham số).

a) Tìm m để hàm số (1) đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Tìm m, n để đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1;2)$ và $B(-2;4)$.

4.3 (2,0 điểm) Cho phương trình

$$x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0 \tag{2}$$

(với m là tham số).

a) Giải phương trình (2) với $m = 1$.

b) Tìm các giá trị của m đề phương trình (2) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 > 5.$$

4.4 (1,0 điểm) Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x + y \leqslant 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$Q = \frac{1}{x^2+y^2} + \frac{3}{xy}.$$

4.5 (3,5 điểm) Cho tam giác ABC vuông ở A ($AB > AC$) có đường cao AH ($H \in BC$). Trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa điểm A, vẽ nửa đường tròn (O_1) đường kính BH cắt AB tại I (I khác B) và nửa đường tròn (O_2) đường kính HC cắt AC tại K (K khác C). Chứng minh rằng:

a) Tứ giác $AKHI$ là hình chữ nhật.

b) Tứ giác $BIKC$ là tứ giác nội tiếp.

c) IK là tiếp tuyến chung của hai nửa đường tròn (O_1) và (O_2).

——— Hết ———

ĐỀ SỐ 5

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH NĂM HỌC 2017-2018

Câu 5.1 (2,0 điểm) Cho biểu thức

$$M = \left(\frac{1}{\sqrt{m}} + \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m}+1}\right) : \frac{\sqrt{m}}{m+\sqrt{m}}, \quad \text{với } m > 0.$$

a) Rút gọn biểu thức M.

b) Tìm các giá trị của m để $M = 3$.

Câu 5.2 (1,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} -x+2y &= 1 \\ 3x+y &= 4. \end{cases}$

b) Cho hàm số $y = (k+1)x - 2k$ (k là tham số). Tìm các giá trị của k để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(3;4)$.

Câu 5.3 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \dfrac{1}{4}x^2$ có đồ thị (P) và $y = -kx + 2k + 1$ (k là tham số) có đồ thị là đường thẳng (d).

a) Vẽ đồ thị (P).

b) Tìm các giá trị nguyên của k để (d) cắt (P) tại hai điểm có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1^2x_2 + x_1x_2^2 = 16.$$

Câu 5.4 (1,0 điểm) Cho $x, y > 0$. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{(x+y)^2}{2} + \frac{x+y}{4} \geqslant x\sqrt{y} + y\sqrt{x}.$$

Câu 5.5 (3,5 điểm) Cho đường tròn $(O;R)$ và đường kính MN cố định. Gọi I là trung điểm OM, dây cung PQ đi qua I và $PQ \perp MN$. Gọi H là điểm thay đổi trên cung nhỏ PN (H khác P, N), MH cắt PQ tại K.

a) Chứng minh $NHKI$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $MK \cdot MH$ không đổi.

c) Gọi S là giao điểm của HQ với đường tròn ngoại tiếp tam giác MKQ, gọi T là giao điểm của MH với PS. Chứng minh khi H di động trên cung nhỏ PN thì T di động trên một đường tròn cố định.

——— Hết ———

ĐỀ SỐ 6

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH NĂM HỌC 2016-2017

Câu 6.1 (2,0 điểm) Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} + \frac{1}{\sqrt{a}+1}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{a}}$$

với $a > 0$ và $a \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm các giá trị của a để $A = 1$.

Câu 6.2 (1,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 3y &= 1 \\ 4x + y &= 9. \end{cases}$

b) Cho hàm số bậc nhất $y = (m-1)x + 3$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để hàm số đồng biến.

Câu 6.3 (2,0 điểm) Cho phương trình

$$x^2 - 6x + m = 0 \tag{1}$$

(m là tham số).

a) Giải phương trình (1) khi $m = 5$.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$\left(x_1^2 + 1\right)\left(x_2^2 + 1\right) = 36.$$

Câu 6.4 (1,0 điểm) Cho hai số thực không âm a, b thỏa mãn $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$. Chứng minh rằng:

$$ab(a+b)^2 \leqslant \frac{1}{64}.$$

Câu 6.5 (3,5 điểm) Cho đường tròn tâm O, bán kính R và M là một điểm nằm bên ngoài đường tròn. Từ M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm). Gọi E là giao điểm của AB và OM.

a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Tính độ dài đoạn thẳng AB và ME, biết $OM = 5$ cm và $R = 3$ cm.

c) Kẻ tia Mx nằm trong góc AMO cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt C và D (C nằm giữa M và D). Chứng minh rằng $\widehat{MEC} = \widehat{OED}$.

——— Hết ———

ĐỀ SỐ 7

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH NĂM HỌC 2015-2016

7.1 (2,0 điểm) Cho biểu thức

$$A=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}+\frac{4x+2}{x^2-1}$$

với $x \neq \pm 1$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm x khi $A=\frac{4}{2015}$.

7.2 (1,5 điểm) Cho hàm số $y=(m-1)x+m+3$ với $m \neq 1$ (m là tham số).

a) Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số đi qua điểm $M(1;-4)$.

b) Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số song song với đường thẳng $d\colon y=-2x+1$.

7.3 (2,0 điểm) Cho phương trình

$$x^2-(2m+1)x+m^2+m-2=0 \tag{1}$$

(m là tham số).

a) Giải phương trình (1) khi $m=2$.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$x_1\left(x_1-2x_2\right)+x_2\left(x_2-3x_1\right)=9.$$

7.4 (1,0 điểm) Cho x, y là hai số thực thỏa mãn $x>y$ và $xy=1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{\left(x^2+y^2\right)^2}{(x-y)^2} \geqslant 8.$$

7.5 (3,5 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn nội tiếp đường tròn tâm O, hai đường cao BD và CE cắt đường tròn O theo thứ tự tại P và Q ($P \neq B$ và $Q \neq C$)

a) Chứng minh tứ giác $BCDE$ nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Gọi H là giao điểm của BD và CE. Chứng minh $HB \cdot HP = HC \cdot HQ$.

c) Chứng minh OA vuông góc với DE.

——— Hết ———

ĐỀ SỐ 8

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH NĂM HỌC 2014-2015

Câu 8.1 (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \dfrac{1}{\sqrt{x}+2} + \dfrac{1}{\sqrt{x}-2} + \dfrac{x}{x-4}$, với $x \geqslant 0$; $x \neq 4$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của biểu thức $A - \dfrac{2}{\sqrt{3}}$ khi $x = 7 + 4\sqrt{3}$.

Câu 8.2 (1,5 điểm) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 2x+3y &= 7 \\ 5x-6y &= 4. \end{cases}$

Câu 8.3 (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình khi $m = 3$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức

$$T = (x_1 - x_2)^2 + x_1x_2$$

đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 8.4 (1,0 điểm) Cho a, $b > 0$ thỏa mãn điều kiện $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = 2$. Chứng minh rằng:

$$\frac{\sqrt{a}}{a^2+b+2b\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{b}}{b^2+a+2a\sqrt{b}} \leqslant \frac{1}{2}.$$

Câu 8.5 (3,5 điểm) Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Trên đường tròn (O) lấy điểm M sao cho $AM < BM$ ($M \neq A$). Các tiếp tuyến tại B và M của đường tròn (O) cắt nhau ở điểm C, BM cắt OC tại E. Đường thẳng qua M vuông góc với AB tại H. Đường thẳng AC cắt đường tròn (O) tại F, cắt MH tại N.

a) Chứng minh tứ giác $BHNF$ nội tiếp.

b) Chứng minh $CF \cdot CA = CE \cdot CO$.

c) Chứng minh N là trung điểm MH.

——— Hết ———

ĐỀ SỐ 9

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH NĂM HỌC 2013-2014

Câu 9.1 (2,0 điểm) Cho biểu thức

$$A=\left(\frac{1}{\sqrt{x}-1}+\frac{1}{\sqrt{x}+1}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{x}\right),$$

với $x>0$; $x\neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm các giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Câu 9.2 (1,5 điểm) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}2x+y &= 5\\ x-3y &= -1.\end{cases}$

Câu 9.3 (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2+(2m-1)x+2(m-1)=0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình khi $m=2$.

b) Chứng minh phương trình có nghiệm với mọi m.

c) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$x_1\left(x_2-5\right)+x_2\left(x_1-5\right)=33.$$

Câu 9.4 (1,0 điểm) Cho x, y là các số dương thỏa mãn $x+y=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=\left(x^4+1\right)\left(y^4+1\right)+2013.$$

Câu 9.5 (3,5 điểm) Cho đường tròn (O) và đường thẳng d không giao nhau với đường tròn (O). Gọi A là hình chiếu vuông góc của O trên đường thẳng d. Đường thẳng đi qua A (không đi qua O) cắt đường tròn (O) tại B và C (B nằm giữa A, C). Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt đường thẳng d lần lượt tại D và E. Đường thẳng BD cắt OA, CE lần lượt ở F và M, OE cắt AC ở N.

a) Chứng minh tứ giác $AOCE$ nội tiếp.

b) Chứng minh $AB\cdot EN=AF\cdot EC$.

c) Chứng minh A là trung điểm DE.

——— Hết ———

ĐỀ SỐ 10

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH NĂM HỌC 2012-2013

Câu 10.1 (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \dfrac{1}{x} + \dfrac{2}{x-1} + \dfrac{1}{x^2 - x}$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.

Câu 10.2 (1,5 điểm) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x + 3y & = & 3 \\ -x + 2y & = & 7. \end{cases}$

Câu 10.3 (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $x^2 - 2x - 3 = 0$.

b) Tìm m để phương trình $x^2 - 2x + m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 8$.

Câu 10.4 (1,0 điểm) Cho các số thực a, b thỏa mãn $a + b = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = a^3 + b^3 + a^2 + b^2.$$

Câu 10.5 (3,5 điểm) Cho tam giác ABC đều có AH là đường cao, M là điểm bất kì trên cạnh BC (M khác B, C). Từ M vẽ MP vuông góc AB, MQ vuông góc AC (P thuộc AB, Q thuộc AC).

a) Chứng minh A, P, M, H, Q cùng nằm trên một đường tròn.

b) Gọi O là trung điểm của AM. Chứng minh các tam giác OPH và OQH là tam giác đều, từ đó suy ra $OH \perp PQ$.

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn PQ khi M chạy trên cạnh BC, biết độ dài cạnh của tam giác ABC là a.

Phần II

LỜI GIẢI

ĐỀ SỐ 1

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH NĂM HỌC 2023-2024

Câu 1.1.

a) Với $a \geqslant 0$ và $a \neq 4$, ta có

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\sqrt{a}+2} + \frac{4}{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-2)} \\ &= \frac{\sqrt{a}-2}{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-2)} + \frac{4}{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-2)} \\ &= \frac{\sqrt{a}-2+4}{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-2)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{a}-2}. \end{aligned}$$

Vậy $A = \dfrac{1}{\sqrt{a}-2}$.

b) Với $a \geqslant 0$ và $a \neq 4$, ta có

$$A = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{a}-2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sqrt{a}-2 = 2 \Leftrightarrow \sqrt{a} = 4 \Leftrightarrow a = 16.$$

Vậy với $a = 16$ thì $A = \dfrac{1}{2}$.

□

Câu 1.2. Vì $a+b+c = 1+3+(-4) = 0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1$ và $x_2 = -4$. □

Câu 1.3.

a) Ta có $\Delta = 9 - 4(m-3) = 21 - 4m$. Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\Delta \geqslant 0 \Leftrightarrow 21 - 4m \geqslant 0 \Leftrightarrow m \leqslant \frac{21}{4}.$$

Vậy $m \leqslant \dfrac{21}{4}$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm

b) Với $m \leqslant \dfrac{21}{4}$, phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2. Theo định lí Vi-ét, ta có

$$x_1 + x_2 = -3; \quad x_1x_2 = m - 3.$$

Khi đó

$$2x_1x_2 - (x_1+x_2) = 2 \Leftrightarrow 2(m-3) - (-3) = 2 \Leftrightarrow 2m = 5 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2} \quad \text{(thỏa mãn)}.$$

Vậy $m = \dfrac{5}{2}$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

□

Câu 1.4. Với $x \in \mathbb{R}$, ta có

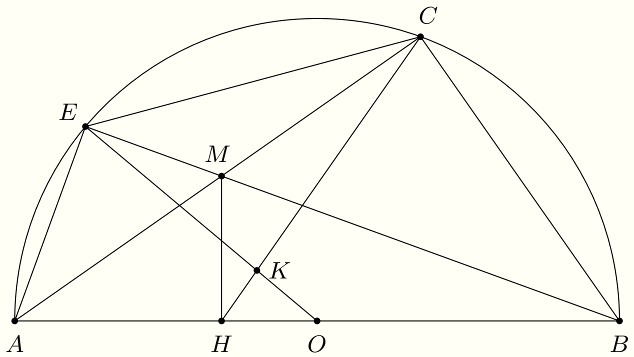
$$\begin{aligned} P &= 9x^2 - 12x + 4 - 2|3x-2| + 2024 \\ &= (3x-2)^2 - 2|3x-2| + 1 + 2023 \\ &= (|3x-2|-1)^2 + 2023. \end{aligned}$$

Vì $(|3x-2|-1)^2 \geqslant 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $P \geqslant 2023$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi

$$|3x-2| = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &3x-2=1 \\ &3x-2=-1 \end{aligned}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &x=1 \\ &x=\frac{1}{3}. \end{aligned}\right.$$

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 2023 khi $x=1$ hoặc $x=\dfrac{1}{3}$. □

Câu 1.5.



a) Ta có $\widehat{ACB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), suy ra $\widehat{MCB} = 90^\circ$. Lại có $\widehat{MHB} = 90^\circ$. Tứ giác $BCMH$ có $\widehat{MCB} + \widehat{MHB} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên nội tiếp.

b) Tứ giác $BCMH$ nội tiếp nên $\widehat{MCH} = \widehat{MBH}$, hay $\widehat{MCH} = \widehat{EBA}$. Lại có $\widehat{EBA} = \widehat{ECA}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{EA}$). Từ đó suy ra

$$\widehat{MCH} = \widehat{ECA}. \tag{1}$$

Tứ giác $BCMH$ nội tiếp nên $\widehat{MHC} = \widehat{MBC}$, hay $\widehat{MHC} = \widehat{EBC}$. Lại có $\widehat{EBC} = \widehat{EAC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{EC}$). Từ đó suy ra

$$\widehat{MHC} = \widehat{EAC}. \tag{2}$$

Từ (1) và (2), ta có $\triangle ACE \backsim \triangle HCM$.

c) Ta có $\widehat{AOE} = 2 \cdot \widehat{ACE}$ (góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{AE}$). Lại có $\widehat{ECH} = \widehat{ECA} + \widehat{ACH} = 2 \cdot \widehat{ECA}$. Từ đó suy ra $\widehat{AOE} = \widehat{ECH}$, hay $\widehat{HOK} = \widehat{ECK}$. Mặt khác $\widehat{HKO} = \widehat{EKC}$ (đối đỉnh). Do đó $\triangle KOH \backsim \triangle KCE$, suy ra

$$\frac{KO}{KC} = \frac{KH}{KE} \Leftrightarrow KO \cdot KE = KH \cdot KC.$$

Ta có đẳng thức cần chứng minh.

□

ĐỀ SỐ 2

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH NĂM HỌC 2022-2023

Câu 2.1.

a) Ta có

$$A = 5\sqrt{7} + 2\sqrt{7} - 3\sqrt{7} = 4\sqrt{7}.$$

Vậy $A = 4\sqrt{7}$.

b) Với $a > 0$, ta có

$$\begin{aligned} B &= \frac{(\sqrt{a})^2 + 2\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} + 1} + \frac{(\sqrt{a})^2 - \sqrt{a}}{\sqrt{a}} \\ &= \frac{\left(\sqrt{a} + 1\right)^2}{\sqrt{a} + 1} + \frac{\sqrt{a}\left(\sqrt{a} - 1\right)}{\sqrt{a}} \\ &= \sqrt{a} + 1 + \sqrt{a} - 1 \\ &= 2\sqrt{a}. \end{aligned}$$

Vậy $B = 2\sqrt{a}$.

□

Câu 2.2.

a) Vì đồ thị hàm số $y = (m + 1)x - 2$ đi qua điểm $A(1; 3)$ nên ta có

$$3 = (m + 1) \cdot 1 - 2 \Leftrightarrow 3 = m - 1 \Leftrightarrow m = 4.$$

Vậy với $m = 4$ thì đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(1; 3)$.

b) Ta có

$$\begin{cases} 5x - 2y = 8 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 12 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1. \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$.

□

Câu 2.3.

a) Thay $m = 2$ vào phương trình (1), ta có $x^2 + 4x - 5 = 0$. Ta thấy $a + b + c = 1 + 4 + (-5) = 0$ nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1$ và $x_2 = -5$.

b) Ta thấy $ac = -5 < 0, \forall m$ nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m. Theo định lí Vi-ét, ta có

$$x_1 + x_2 = -2m; \quad x_1x_2 = -5.$$

Khi đó

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 + 5x_1x_2 = 1 &\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 + 3x_1x_2 = 1 \\ &\Leftrightarrow (-2m)^2 + 3(-5) = 1 \\ &\Leftrightarrow 4m^2 = 16 \\ &\Leftrightarrow m = \pm 2. \end{aligned}$$

Vậy với $m = 2$ hoặc $m = -2$ thì (1) có hai nghiệm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

□

Câu 2.4. Vì $x, y > 0$ nên theo bất đẳng thức $AM - GM$, ta có

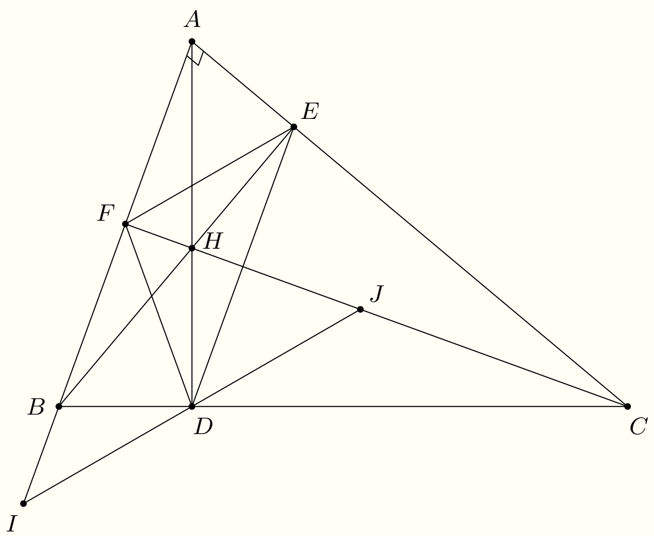
$$x^2 + 1 \geqslant 2x; \quad y^2 + 1 \geqslant 2y; \quad x^2 + y^2 \geqslant 2xy \text{ hay } 2\left(x^2 + y^2\right) \geqslant 4xy.$$

Cộng theo vế các bất đẳng thức trên ta có

$$3(x^2 + y^2) + 2 \geqslant 2(x + y + 2xy) \Rightarrow x^2 + y^2 \geqslant 2.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = y = 1$. Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 2 khi $x = y = 1$. □

Câu 2.5.



a) Do BE, CF là các đường cao của tam giác ABC nên $BE \perp AC$ và $CF \perp AB$. Khi đó $\widehat{AEH} = 90°$ và $\widehat{AFH} = 90°$. Tứ giác $AEHF$ có $\widehat{AEH} + \widehat{AFH} = 180°$ nên tứ giác $AEHF$ nội tiếp.

b) Do H là giao điểm của các đường cao BE và CF nên H là trực tâm của tam giác ABC. Mặt khác D là giao điểm của AH và BC nên $AD \perp BC$. Tứ giác $BDHF$ có $\widehat{BDH} + \widehat{BFH} = 180°$ nên tứ giác $BDHF$ nội tiếp, suy ra

$$\widehat{FBH} = \widehat{FDH}. \tag{1}$$

Tương tự, tứ giác $ABDE$ có $\widehat{ADB} = \widehat{AEB} = 90°$ nên tứ giác $ABDE$ nội tiếp, suy ra

$$\widehat{ABE} = \widehat{ADE}. \tag{2}$$

Từ (1) và (2) ta có $\widehat{ADE} = \widehat{ADF}$. Vậy AD là phân giác của góc $\widehat{EDF}$.

c) Chứng minh tương tự câu b), ta cũng có FC là phân giác của $\widehat{DFE}$, suy ra $\widehat{DFC} = \widehat{EFC}$. Lại có $IJ \parallel EF$ nên $\widehat{EFC} = \widehat{FJD}$. Từ đó suy ra $\widehat{DFC} = \widehat{FJD}$ nên tam giác DFJ cân tại D, suy ra

$$DJ = DF. \tag{3}$$

Mặt khác $FC \perp AB$ nên suy ra $\widehat{IFD} = \widehat{AFE}$. Lại có $IJ \parallel EF$ nên $\widehat{AFE} = \widehat{FID}$. Từ đó suy ra $\widehat{IFD} = \widehat{FID}$ nên tam giác DIF cân tại D, suy ra

$$DI = DF. \tag{4}$$

Từ (3) và (4), suy ra $DJ = DI$, hay D là trung điểm IJ.

□

ĐỀ SỐ 3

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH NĂM HỌC 2021-2022

Câu 3.1.

a) Ta có
$$A=\sqrt{4\cdot 2}-\sqrt{16\cdot 2}+\sqrt{25\cdot 2}=2\sqrt{2}-4\sqrt{2}+5\sqrt{2}=3\sqrt{2}.$$
Vậy $A=3\sqrt{2}$.

b) Với $a\geqslant 0$, $a\neq 1$, ta có
$$\begin{aligned}B&=\left(3+\frac{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+1\right)}{\sqrt{a}+1}\right)\cdot\left(3-\frac{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-1\right)}{\sqrt{a}-1}\right)\\&=\left(3+\sqrt{a}\right)\cdot\left(3-\sqrt{a}\right)\\&=9-a.\end{aligned}$$
Vậy $B=9-a\quad(\text{với } a\geqslant 0, a\neq 1)$.

□

Câu 3.2.

a) Hàm số $y=(m-1)x+2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi
$$m-1>0\Leftrightarrow m>1.$$
Vậy $m>1$ thì hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Ta có
$$\begin{cases}3x+2y=8\\3x-4y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x+2y=8\\6y=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x+2\cdot 1=8\\y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=1.\end{cases}$$
Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)=(2;1)$.

□

Câu 3.3.

a) Với $m=1$, phương trình (1) trở thành
$$x^2-6x+5=0. \tag{2}$$
Phương trình (2) có $a+b+c=1+(-6)+5=0$ nên có hai nghiệm $x_1=1$, $x_2=5$.

b) Ta có
$$\Delta'=(-3)^2-1\cdot(m+4)=9-m-4=5-m.$$
Phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 khi và chỉ khi
$$\Delta'\geqslant 0\Leftrightarrow 5-m\geqslant 0\Leftrightarrow m\leqslant 5.$$
Theo định lý Vi-ét, ta có
$$x_1+x_2=6;\quad x_1x_2=m+4.$$
Do đó
$$2020\left(x_1+x_2\right)-2021x_1x_2=2014\quad\Leftrightarrow\quad 2020\cdot 6-2021(m+4)=2014$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow\ 12120 - 2021m - 8084 = 2014\\
&\Leftrightarrow\ 2021m = 2022\\
&\Leftrightarrow\ m = \frac{2022}{2021}\quad \text{(thỏa mãn)}.
\end{aligned}$$

Vậy với $m = \dfrac{2022}{2021}$ thì phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

□

Câu 3.4. Áp dụng bất đẳng thức $AM - GM$, ta có

$$\sqrt{a(15a+b)} = \frac{1}{4}\sqrt{16a(15a+b)} \leqslant \frac{1}{4}\cdot\frac{16a+(15a+b)}{2} = \frac{1}{8}(31a+b); \qquad (1)$$

$$\sqrt{b(15b+a)} = \frac{1}{4}\sqrt{16b(15b+a)} \leqslant \frac{1}{4}\cdot\frac{16b+(15b+a)}{2} = \frac{1}{8}(31b+a). \qquad (2)$$

Cộng theo vế (1) và (2), ta có

$$\sqrt{a(15a+b)} + \sqrt{b(15b+a)} \leqslant \frac{1}{8}(31a+b+31b+a) = 4(a+b).$$

Từ đó suy ra

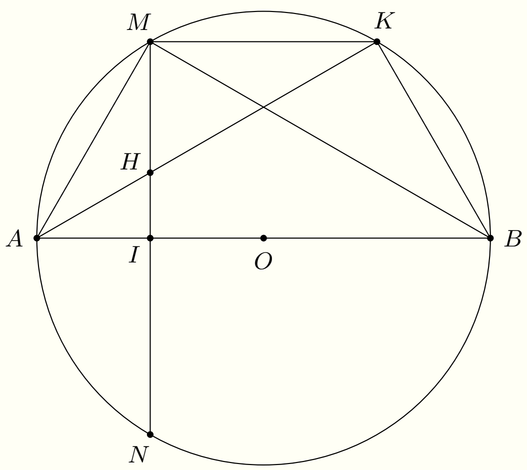
$$\frac{a+b}{\sqrt{a(15a+b)}+\sqrt{b(15b+a)}} \geqslant \frac{a+b}{4(a+b)} \Leftrightarrow \frac{a+b}{\sqrt{a(15a+b)}+\sqrt{b(15b+a)}} \geqslant \frac{1}{4}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases}16a = 15a+b\\ 16b = 15b+a\end{cases} \Leftrightarrow a = b.$$

Ta có bất đẳng thức cần chứng minh. □

Câu 3.5.



a) Ta có $MN \perp AB \Rightarrow \widehat{HIB} = 90^\circ$. Lại có $\widehat{HKB} = 90^\circ$ (góc chắn nửa đường tròn). Tứ giác $BIHK$ có $\widehat{HIB} + \widehat{HKB} = 180^\circ$, suy ra $BIHK$ là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Xét hai tam giác AHM và AMK có $\widehat{A}$ chung. Lại có $\widehat{AMH} = \widehat{AKM}$ (góc nội tiếp tương ứng chắn hai cung AM và AN bằng nhau). Vậy $\triangle AHM \backsim \triangle AMK$ (g.g).

c) Theo câu b) có $\triangle AHM \backsim \triangle AMK$, suy ra

$$\frac{AH}{AM} = \frac{AM}{AK} \Leftrightarrow AH \cdot AK = AM^2. \qquad (1)$$

Xét hai tam giác AIM và AMB có $\widehat{A}$ chung. Lại có $\widehat{AMI} = \widehat{ABM}$ (góc nội tiếp tương ứng chắn hai cung AM và AN bằng nhau). Do đó $\triangle AMI \backsim \triangle ABM$, suy ra

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AI}{AM} \Leftrightarrow AM^2 = AB \cdot AI. \tag{2}$$

Từ (1) và (2), suy ra $AH \cdot AK = AB \cdot AI$, do đó

$$AH \cdot AK + BI \cdot AB = AB \cdot AI + BI \cdot AB = AB \cdot (AI + BI) = AB^2 = (2R)^2 = 4R^2.$$

Ta có đẳng thức cần chứng minh.

□

ĐỀ SỐ 4

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH NĂM HỌC 2020-2021

Câu 4.1.

a) Với $x \geqslant 0$, $x \neq 9$, ta có

$$\begin{aligned} P &= \frac{2x}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{3(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{3(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \\ &= \frac{2x+3\sqrt{x}+9+3\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{2(\sqrt{x})^2+6\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}. \end{aligned}$$

Vậy $P = \dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$.

b) Với $x \geqslant 0$, $x \neq 9$, ta có

$$P = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 4\sqrt{x} = -\sqrt{x}+3 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow x = \frac{9}{25} \quad \text{(thỏa mãn)}.$$

Vậy với $x = \dfrac{9}{25}$ thì $P = -\dfrac{1}{2}$.

□

Câu 4.2.

a) Ta xét hai trường hợp sau:

TH1: $m-3=0 \Leftrightarrow m=3$, ta có $y=2n-5$ là hàm số không đổi, suy ra $m=3$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2: $m-3 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 3$, khi đó hàm số (1) là hàm số bậc nhất, do đó hàm số (1) đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $m-3>0 \Leftrightarrow m>3$.

Vậy với $m>3$ thì hàm số (1) đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Vì d đi qua hai điểm $A(1;2)$ và $B(-2;4)$ nên suy ra

$$\begin{cases} 2 = (m-3)1+2n-5 \\ 4 = (m-3)(-2)+2n-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2n=10 & (3) \\ 2m-2n=-3. & (4) \end{cases}$$

Cộng theo vế (3) và (4), ta có

$$3m = 7 \Leftrightarrow m = \frac{7}{3} \Rightarrow n = \frac{26}{3}.$$

Vậy với $m = \dfrac{7}{3}$, $n = \dfrac{26}{3}$ thì d đi qua hai điểm A, B.

$\square$

Câu 4.3.

a) Với $m = 1$, phương trình (2) trở thành $x^2 - 4x - 2 = 0$. Ta có $\Delta' = 2^2 - 1 \cdot (-2) = 6 > 0$, do đó phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = 2 + \sqrt{6}; \quad x_2 = 2 - \sqrt{6}.$$

b) Ta có

$$\Delta' = (m+1)^2 - (m^2 - 3) = 2m + 4.$$

Phương trình (2) có hai nghiệm khi và chỉ khi

$$\Delta' \geqslant 0 \Leftrightarrow 2m + 4 \geqslant 0 \Leftrightarrow m \geqslant -2.$$

Khi đó (2) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1 + x_2 = 2(m+1); \quad x_1 x_2 = m^2 - 3. \tag{5}$$

Theo giả thiết, ta có

$$x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 > 5 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 > 5. \tag{6}$$

Thay (5) vào (6), ta có

$$4(m+1)^2 - 4\left(m^2 - 3\right) > 5 \Leftrightarrow 8m + 16 > 5 \Leftrightarrow m > -\frac{11}{8} \quad \text{(thỏa mãn)}.$$

Vậy với $m > -\dfrac{11}{8}$ thì phương trình (2) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$\square$

Câu 4.4. Trước hết, ta chứng minh các bất đẳng thức

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geqslant \frac{4}{a+b}, \tag{1}$$

$$ab \leqslant \frac{(a+b)^2}{4} \tag{2}$$

đúng với mọi $a, b > 0$.
Thật vậy, với mọi $a, b > 0$, áp dụng bất đẳng thức $AM - GM$, ta có

$$(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geqslant 2\sqrt{ab} \cdot 2\sqrt{\frac{1}{ab}} \Leftrightarrow (a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geqslant 4 \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geqslant \frac{4}{a+b} \Rightarrow \text{(1) đúng.}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b$.
Lại có

$$\text{(2)} \Leftrightarrow 4ab \leqslant a^2 + 2ab + b^2 \Leftrightarrow (a-b)^2 \geqslant 0 \text{ (đúng)}.$$

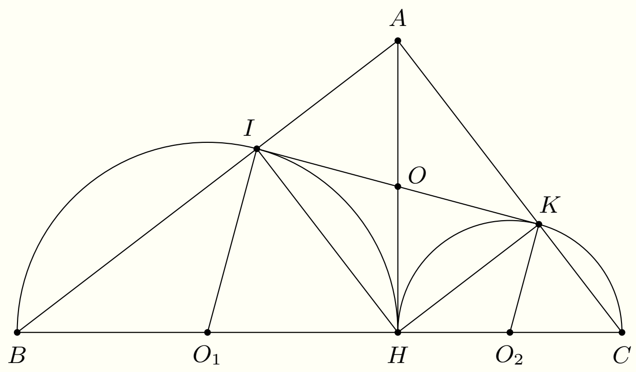
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b$.
Khi đó, ta có

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{1}{2xy} + \frac{5}{2xy} \\ &\geqslant \frac{4}{x^2 + y^2 + 2xy} + \frac{5}{2 \cdot \dfrac{(x+y)^2}{4}} \\ &\geqslant \frac{4}{(x+y)^2} + \frac{10}{(x+y)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\geqslant \frac{14}{(x+y)^2}\\ &\geqslant 14.\end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}x=y\\ x+y=1\end{cases} \Leftrightarrow x=y=\dfrac{1}{2}$. □

Câu 4.5.



a) Ta có $\widehat{BIH}=90^\circ$, $\widehat{HKC}=90^\circ$. Do đó tứ giác $AIHK$ có $\widehat{IAK}=\widehat{AIH}=\widehat{AKH}=90^\circ$, suy ra $AIHK$ là hình chữ nhật.

b) Vì $AIHK$ là hình chữ nhật nên $\widehat{AKI}=\widehat{AHI}$ (cùng chắn cung AI). Lại có $\widehat{AHI}=\widehat{ABH}$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc). Từ đó suy ra $\widehat{AKI}=\widehat{ABH}$. Xét tứ giác $BIKC$ có

$$\widehat{IKC}+\widehat{IBC}=\widehat{IKC}+\widehat{IKA}=180^\circ.$$

Vậy tứ giác $BIKC$ là tứ giác nội tiếp.

c) Gọi O là giao điểm của AH và IK, ta có $\triangle OIH$ cân tại O, suy ra

$$\widehat{OIH}=\widehat{OHI}. \tag{1}$$

Lại có

$$IO_1=\frac{1}{2}BH \Rightarrow O_1I=O_1H \Rightarrow \widehat{O_1IH}=\widehat{O_1HI}. \tag{2}$$

Từ (1) và (2), suy ra

$$\widehat{OIO_1}=\widehat{OIH}+\widehat{O_1IH}=\widehat{OHI}+\widehat{O_1HI}=\widehat{OHO_1}=90^\circ.$$

Do đó IK là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O_1). Chứng minh tương tự, ta có IK là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O_2). Vậy, IK là tiếp tuyến chung của hai nửa đường tròn (O_1) và (O_2).

□

ĐỀ SỐ 5

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH NĂM HỌC 2017-2018

Câu 5.1.

a) Với $m > 0$, ta có

$$\begin{aligned} M &= \left(\frac{\sqrt{m}+1}{\sqrt{m}\left(\sqrt{m}+1\right)} + \frac{\sqrt{m}\cdot\sqrt{m}}{\left(\sqrt{m}+1\right)\sqrt{m}}\right) : \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m}\left(\sqrt{m}+1\right)} \\ &= \frac{\sqrt{m}+1+m}{\sqrt{m}\left(\sqrt{m}+1\right)} \cdot \frac{\sqrt{m}\left(\sqrt{m}+1\right)}{\sqrt{m}} \\ &= \frac{\sqrt{m}+1+m}{\sqrt{m}}. \end{aligned}$$

Vậy $M = \dfrac{\sqrt{m}+1+m}{\sqrt{m}}$.

b) Với $m > 0$, ta có

$$\begin{aligned} M = 3 &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{m}+1+m}{\sqrt{m}} = 3 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{m}+1+m = 3\sqrt{m} \\ &\Leftrightarrow \left(\sqrt{m}\right)^2 - 2\sqrt{m} + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(\sqrt{m}-1\right)^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{m} = 1 \\ &\Leftrightarrow m = 1 \quad \text{(thỏa mãn)}. \end{aligned}$$

Vậy với $m = 1$ thì $M = 3$.

□

Câu 5.2.

a) Ta có
$$\begin{cases} -x+2y=1 \\ 3x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x+6y=3 \\ 3x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7y=7 \\ 3x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=1. \end{cases}$$
Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x; y) = (1; 1)$.

b) Đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(3; 4)$ khi và chỉ khi

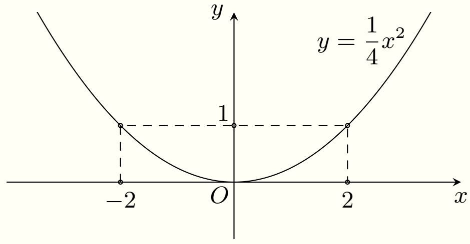
$$4 = (k+1)3 - 2k \Leftrightarrow 4 = 3k + 3 - 2k \Leftrightarrow k = -1.$$

Vậy với $k = -1$ thì đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(3; 4)$.

□

Câu 5.3.

a) Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
Đồ thị (P) là parabol có đỉnh là gốc tọa độ, quay bề lõm lên trên và đi qua các điểm $(2; 1)$ và $(-2; 1)$.



b) Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình

$$\frac{1}{4}x^2 = -kx + 2k + 1 \Leftrightarrow x^2 + 4kx - 8k - 4 = 0. \tag{1}$$

Ta có

$$\Delta' = (2k)^2 - (-8k - 4) = 4k^2 + 8k + 4 = 4(k+1)^2 \geqslant 0,\ \forall k \in \mathbb{R}.$$

Khi đó (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1 + x_2 = -4k; \quad x_1x_2 = -8k - 4.$$

Theo giả thiết, ta có

$$\begin{aligned} x_1^2x_2 + x_1x_2^2 = 16 &\Leftrightarrow x_1x_2(x_1 + x_2) = 16 \\ &\Leftrightarrow (-8k-4)(-4k) = 16 \\ &\Leftrightarrow 32k^2 + 16k = 16 \\ &\Leftrightarrow 2k^2 + k - 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = -1 \\ k = \dfrac{1}{2} \quad \text{(loại vì } k \in \mathbb{Z}). \end{array}\right. \end{aligned}$$

Vậy với $k = -1$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

□

Câu 5.4. Với $a, y > 0$, theo bất đẳng thức $AM - GM$, ta có

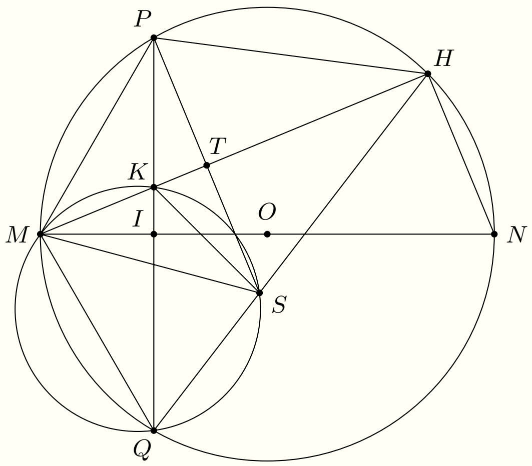
$$\begin{aligned} \frac{(x+y)^2}{2} + \frac{x+y}{4} &= \frac{x+y}{2}\left(x + y + \frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{x+y}{2}\left[\left(x + \frac{1}{4}\right) + \left(y + \frac{1}{4}\right)\right] \\ &\geqslant \sqrt{xy}\left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right) \\ &\geqslant x\sqrt{y} + y\sqrt{x}. \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x = y \\ x = \dfrac{1}{4} \\ y = \dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{4}.$$

Ta có bất đẳng thức cần chứng minh. □

Câu 5.5.



a) Ta có $\widehat{KHN} + \widehat{KIN} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. Do đó tứ giác $NHKI$ nội tiếp trong một đường tròn.

b) Xét hai tam giác vuông MHN và MIK có góc M chung, do đó $\triangle MHN \backsim \triangle MIK$ (g.g). Từ đó suy ra

$$\begin{aligned}\frac{MH}{MI} = \frac{MN}{MK} \quad &\Leftrightarrow \quad MH \cdot MK = MN \cdot MI \\ &\Leftrightarrow \quad MH \cdot MK = 2R \cdot \frac{1}{2}R \\ &\Leftrightarrow \quad MH \cdot MK = R^2.\end{aligned}$$

Vậy $MH \cdot MK$ không đổi.

c) Vì S nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác MKQ nên tứ giác $MKSQ$ nội tiếp. Suy ra $\widehat{KQS} = \widehat{KMS}$ (góc nội tiếp chắn cung KS). Lại có $\widehat{KQS} = \widehat{KMP}$ (góc nội tiếp chắn cung H). Từ đó suy ra $\widehat{KMS} = \widehat{KMP} \Rightarrow MH$ là phân giác của $\widehat{SMP}$. Mặt khác $\widehat{SHM} = \widehat{PHM}$ (góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau). Do đó HM là phân giác của $\widehat{QHP}$. Như vậy MH là trung trực của PS, hay $\widehat{MTP} = 90^\circ$. Từ đó suy ra T nằm trên đường tròn đường kính MP.

□

ĐỀ SỐ 6

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH NĂM HỌC 2016-2017

Câu 6.1.

a) Với $a > 0$ và $a \neq 1$, ta có

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{\sqrt{a}+1}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)} + \frac{\sqrt{a}-1}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{a}} \\ &= \frac{\sqrt{a}+1+\sqrt{a}-1}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)} \cdot \frac{1}{\sqrt{a}} \\ &= \frac{2\sqrt{a}}{a-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{a}} \\ &= \frac{2}{a-1}. \end{aligned}$$

Vậy $A = \dfrac{2}{a-1}$.

b) Với $a > 0$ và $a \neq 1$, ta có

$$A = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{a-1} = 1 \Leftrightarrow 2 = a - 1 \Leftrightarrow a = 3 \quad \text{(thỏa mãn)}.$$

Vậy với $a = 3$ thì $A = 1$.

□

Câu 6.2.

a) Ta có

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 4x + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 6y = 2 \\ 4x + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7y = -7 \\ 4x + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2. \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x; y) = (2; 1)$.

b) Hàm số đã cho đồng biến khi và chỉ khi $m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$.

□

Câu 6.3.

a) Với $m = 5$, phương trình (1) trở thành

$$x^2 - 6x + 6 = 0. \qquad (2)$$

Phương trình (2) có $a + b + c = 1 + (-6) + 5 = 0$ nên có hai nghiệm $x_1 = 1$; $x_2 = 5$.

b) Ta có

$$\Delta' = (-3)^2 - 1 \cdot m = 9 - m.$$

Phương trình (1) có hai nghiệm khi và chỉ khi

$$\Delta' \geqslant 0 \Leftrightarrow 9 - m \geqslant 0 \Leftrightarrow m \leqslant 9.$$

Khi đó (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1 + x_2 = 6; \quad x_1 x_2 = m.$$

Theo giả thiết, ta có

$$\begin{aligned}\left(x_1^2+1\right)\left(x_2^2+1\right)=36 &\Leftrightarrow (x_1x_2)^2+x_1^2+x_2^2+1=36\\ &\Leftrightarrow (x_1x_2)^2+(x_1+x_2)^2-2x_1x_2-35=0\\ &\Leftrightarrow m^2+36-2m-35=0\\ &\Leftrightarrow (m-1)^2=0\\ &\Leftrightarrow m=1 \quad \text{(thỏa mãn)}.\end{aligned}$$

Vậy với $m=1$ thì (1) có hai nghiệm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

□

Câu 6.4. Bất đẳng thức cần chứng minh tương đương với

$$\sqrt{ab}(a+b)\leqslant \frac{1}{8}.$$

Áp dụng bất đẳng thức $AM-GM$, ta có

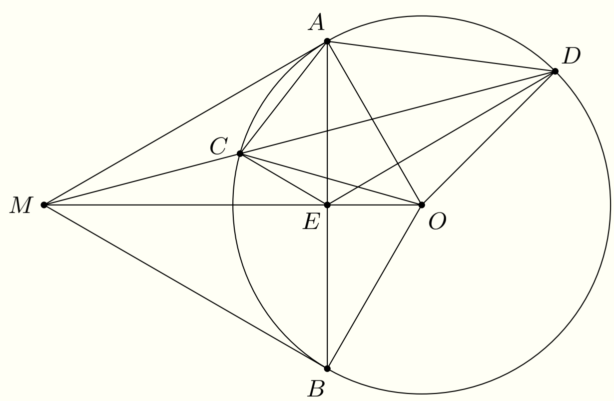
$$\sqrt{ab}(a+b)=\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{ab}(a+b)\leqslant \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{2\sqrt{ab}+a+b}{2}\right)^2=\frac{1}{8}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^4=\frac{1}{8}.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases}2\sqrt{ab}=a+b\\ \sqrt{a}+\sqrt{b}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2=0\\ \sqrt{a}+\sqrt{b}=1\end{cases}\Leftrightarrow \sqrt{a}=\sqrt{b}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow a=b=\frac{1}{4}.$$

Ta có bất đẳng thức cần chứng minh. □

Câu 6.5.



a) Theo tính chất tiếp tuyến ta có $MA\perp AO$, $MB\perp BO$. Do đó

$$\widehat{MAO}=\widehat{MBO}=90^\circ\Rightarrow \widehat{MAO}+\widehat{MBO}=90^\circ+90^\circ=180^\circ.$$

Vậy tứ giác $MAOB$ nội tiếp trong một đường tròn.

b) Tam giác MAO vuông tại A, suy ra

$$MA=\sqrt{MO^2-AO^2}=4.$$

Theo tính chất tiếp tuyến kẻ từ một điểm, ta có $MA=MB$. Mặt khác $OA=OB$, suy ra MO là đường trung trực của AB, suy ra $MO\perp AB$. Do đó E trung điểm AB và AE là đường cao của tam giác vuông AMO. Suy ra

$$AE\cdot MO=AM\cdot AO\Leftrightarrow AE=\frac{AM\cdot AO}{MO}=\frac{12}{5}\Rightarrow AB=\frac{24}{5}.$$

Tam giác AME vuông tại E nên

$$ME = \sqrt{MA^2 - AE^2} = \frac{16}{5}.$$

Vậy $AB = \dfrac{24}{5}$, $ME = \dfrac{16}{5}$.

c) Xét hai tam giác MAC và MDA có $\widehat{M}$ chung và $\widehat{MAC} = \widehat{MDA}$ (góc nội tiếp và góc chắn bởi tiếp tuyến và dây cung). Từ đó ta có $\triangle MAC \backsim \triangle MDA$ (g.g), suy ra

$$\frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MA} \Leftrightarrow MA^2 = MC \cdot MD. \tag{1}$$

Xét tam giác vuông MAO có

$$MA^2 = ME \cdot MO. \tag{2}$$

Từ (1) và (2), suy ra

$$MC \cdot MD = ME \cdot MO \Leftrightarrow \frac{MC}{MO} = \frac{ME}{MD}.$$

Từ đó suy ra $\triangle MCE \backsim \triangle MOD$ (c.g.c), suy ra

$$\widehat{MEC} = \widehat{MDO}. \tag{3}$$

Lại có

$$\widehat{MEC} + \widehat{CEO} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{MDO} + \widehat{CEO} = 180^\circ.$$

Do đó $CDOE$ là tứ giác nội tiếp, suy ra

$$\widehat{OED} = \widehat{OCD} \quad \text{(góc nội tiếp chắn cung } OD). \tag{4}$$

Mặt khác $\triangle OCD$ cân nên

$$\widehat{OCD} = \widehat{ODC}. \tag{5}$$

Từ (3), (4) và (5) suy ra $\widehat{MEC} = \widehat{OED}$.

□

ĐỀ SỐ 7

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH NĂM HỌC 2015-2016

Câu 7.1.

a) Với $x \neq \pm 1$, ta có

$$\begin{aligned} A &= \frac{x+1}{(x-1)(x+1)} - \frac{x-1}{(x+1)(x-1)} + \frac{4x+2}{(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{x+1-(x-1)+4x+2}{(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{4x+4}{(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{4(x+1)}{(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{4}{x-1}. \end{aligned}$$

Vậy $A = \dfrac{4}{x-1}$.

b) Với $x \neq \pm 1$, ta có

$$A = \frac{4}{2015} \Leftrightarrow \frac{4}{x-1} = \frac{4}{2015} \Leftrightarrow x - 1 = 2015 \Leftrightarrow x = 2016 \quad \text{(thỏa mãn)}.$$

Vậy với $x = 2016$ thì $A = \dfrac{4}{2015}$.

□

Câu 7.2.

a) Đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $M(1;4)$ khi và chỉ khi

$$-4 = (m-1)\cdot 1 + m + 3 \Leftrightarrow -4 = m - 1 + m + 3 \Leftrightarrow 2m = -6 \Leftrightarrow m = -3 \quad \text{(thỏa mãn)}.$$

Vậy với $m = -3$ thì đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $M(1;-4)$.

b) Đồ thị hàm số song song với đường thẳng d khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m-1=-2 \\ m+3 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m=-1 \quad \text{(thỏa mãn)}.$$

Vậy với $m = -1$ thì đồ thị hàm số đã cho song song với đường thẳng (d).

□

Câu 7.3.

a) Với $m = 2$, phương trình (1) trở thành

$$x^2 - 5x + 4 = 0. \tag{2}$$

Ta có $a + b + c = 1 + (-5) + 4 = 0$ nên phương trình (2) có hai nghiệm $x_1 = 1$, $x_2 = 4$.

b) Ta có

$$\Delta = (2m+1)^2 - 4\left(m^2+m-2\right) = 4m^2+4m+1-4m^2-4m+8 = 9 > 0, \forall m \in \mathbb{R}.$$

Do đó (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2. Theo định lý Vi-ét, ta có

$$x_1 + x_2 = 2m+1; \quad x_1x_2 = m^2+m-2.$$

Theo giả thiết, ta có

$$\begin{aligned}
x_1(x_1-2x_2)+x_2(x_2-3x_1)=9 &\Leftrightarrow x_1^2-2x_1x_2+x_2^2-3x_1x_2=9\\
&\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-7x_1x_2=9\\
&\Leftrightarrow (2m+1)^2-7\left(m^2+m-2\right)=9\\
&\Leftrightarrow -3m^2-3m+6=0\\
&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1\\ m=-2.\end{array}\right.
\end{aligned}$$

Vậy với $m=1$ và $m=-2$ thì (1) có hai nghiệm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

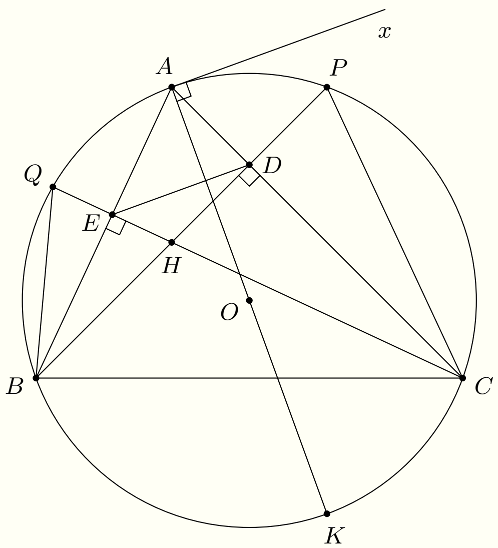
□

Câu 7.4. Ta có $x > y \Leftrightarrow x - y > 0$, do đó

$$\begin{aligned}
\frac{\left(x^2+y^2\right)^2}{(x-y)^2} \geqslant 8 &\Leftrightarrow \frac{x^2+y^2}{x-y} \geqslant 2\sqrt{2}\\
&\Leftrightarrow x^2+y^2 \geqslant 2\sqrt{2}(x-y)\\
&\Leftrightarrow x^2+y^2-2xy \geqslant 2\sqrt{2}(x-y)-2xy\\
&\Leftrightarrow (x-y)^2-2\sqrt{2}(x-y)+\left(\sqrt{2}\right)^2 \geqslant 0 \quad (\text{vì } xy=1)\\
&\Leftrightarrow \left(x-y-\sqrt{2}\right)^2 \geqslant 0 \quad (\text{đúng } \forall x, y).
\end{aligned}$$

Ta có bất đẳng thức cần chứng minh. □

Câu 7.5.



a) Theo giả thiết, ta có $BD \perp AC$ và $CE \perp AB$, suy ra $\widehat{BDC} = 90^\circ$ và $\widehat{BEC} = 90^\circ$. Do đó D và E cùng nhìn BC dưới một góc vuông. Vậy tứ giác $BCDE$ là tứ giác nội tiếp.

b) Xét hai tam giác HBQ và HPC có $\widehat{BHQ} = \widehat{CHP}$ (đối đỉnh) và $\widehat{BQH} = \widehat{CPH}$ (góc nội tiếp chắn cung $\overset{\frown}{BC}$). Do đó $\triangle HBQ \backsim \triangle HPC$. Từ đó suy ra

$$\frac{HB}{HP} = \frac{HQ}{HC} \Leftrightarrow HB \cdot HQ = HC \cdot HP.$$

c) Kẻ tiếp tuyến Ax, ta có $\widehat{CAx} = \widehat{ABC}$ (cùng chắn cung $\overset{\frown}{AC}$). Tứ giác $BCDE$ nội tiếp nên $\widehat{ABC} = \widehat{ADE}$. Từ đó suy ra $\widehat{CAx} = \widehat{ADE}$ nên $Ax \parallel DE$. Mà $Ax \perp AO$ nên $DE \perp AO$.

□

ĐỀ SỐ 8

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH NĂM HỌC 2014-2015

Câu 8.1.

a) Với $x \geqslant 0$; $x \neq 4$, ta có

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}+\frac{\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}+\frac{x}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)} \\ &= \frac{\sqrt{x}-2+\sqrt{x}+2+x}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)} \\ &= \frac{2\sqrt{x}+\left(\sqrt{x}\right)^2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)} \\ &= \frac{\sqrt{x}\left(2+\sqrt{x}\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)} \\ &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}. \end{aligned}$$

Vậy $A = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.

b) Ta có $x = 7+4\sqrt{3} = \left(2+\sqrt{3}\right)^2 \Rightarrow \sqrt{x} = 2+\sqrt{3}$. Do đó

$$A - \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}-2} - \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}} = 1.$$

Vậy khi $x = 7+4\sqrt{3}$ thì $A - \dfrac{2}{\sqrt{3}} = 1$.

□

Câu 8.2. Ta có

$$\begin{cases} 2x+3y=7 \\ 5x-6y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+6y=14 \\ 5x-6y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x=18 \\ 5x-6y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1. \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x; y) = (2; 1)$. □

Câu 8.3.

a) Khi $m = 3$, ta có phương trình

$$x^2 - 3x + 2 = 0. \qquad (1)$$

Vì $a+b+c = 1+(-3)+2 = 0$ nên phương trình (1) có hai nghiệm $x_1 = 1$, $x_2 = 2$.

b) Ta có

$$\Delta = (-m)^2 - 4(m-1) = m^2 - 4m + 4 = (m-2)^2 \geqslant 0,\ \forall m.$$

Do đó phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m. Theo định lí Vi-ét, ta có

$$x_1 + x_2 = m; \quad x_1x_2 = m-1.$$

Khi đó

$$T = (x_1+x_2)^2 - 3x_1x_2$$

$$\begin{aligned}
&= m^2 - 3(m-1)\\
&= m^2 - 3m + \frac{9}{4} + \frac{3}{4}\\
&= \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\\
&\geqslant \frac{3}{4}, \forall m.
\end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $m = \frac{3}{2}$. Vậy T đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{3}{4}$ khi $m = \frac{3}{2}$.

□

Câu 8.4. Đặt $P = \dfrac{\sqrt{a}}{a^2 + b + 2b\sqrt{a}} + \dfrac{\sqrt{b}}{b^2 + a + 2a\sqrt{b}}$. Theo bất đẳng thức $AM - GM$, ta có

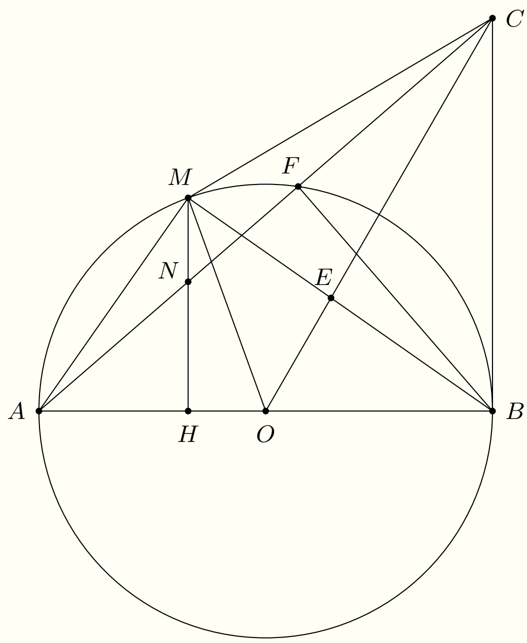
$$P \leqslant \frac{\sqrt{a}}{2a\sqrt{b} + 2b\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{b}}{2b\sqrt{a} + 2a\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2\sqrt{ab}\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)} = \frac{1}{2\sqrt{ab}}.$$

Lại theo bất đẳng thức $AM - GM$, ta có

$$P \leqslant \frac{1}{2\sqrt{ab}} \leqslant \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{2} = \frac{1}{2}.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = 1$. □

Câu 8.5.



a) Ta có $MH \perp AB$ nên $\widehat{NHB} = 90^\circ$. Lại có $\widehat{AFB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), suy ra $\widehat{NFB} = 90^\circ$. Tứ giác $BHNF$ có $\widehat{NHB} + \widehat{NFB} = 180^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp.

b) Tam giác ABC vuông tại B, đường cao BF nên suy ra

$$BC^2 = CA \cdot CF. \tag{1}$$

Tam giác OBC vuông tại O, đường cao BE nên suy ra

$$BC^2 = CO \cdot CE. \tag{2}$$

Từ (1) và (2), suy ra $CA \cdot CF = CO \cdot CE$.

c) Vì $HN \parallel BC$ nên

$$\frac{NH}{AH} = \frac{CB}{AB}. \tag{3}$$

Lại có $AM \parallel OE$ (cùng vuông góc với MB), do đó $\widehat{MAH} = \widehat{COB}$. Từ đó suy ra $\triangle MAH \backsim COB$, suy ra

$$\frac{MH}{AH} = \frac{CB}{OB} = 2 \cdot \frac{CB}{AB}. \tag{4}$$

Từ (3) và (4), suy ra

$$\frac{MH}{AH} = 2 \cdot \frac{NH}{AH} \Leftrightarrow MH = 2NH.$$

Vậy N là trung điểm của MH.

□

ĐỀ SỐ 9

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH NĂM HỌC 2013-2014

Câu 9.1.

a) Với $x > 0$; $x \neq 1$, ta có

$$\begin{aligned} A &= \left[\frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}\right] \cdot \frac{x-1}{x} \\ &= \frac{\sqrt{x}+1+\sqrt{x}-1}{x-1} \cdot \frac{x-1}{x} \\ &= \frac{2\sqrt{x}}{x-1} \cdot \frac{x-1}{(\sqrt{x})^2} \\ &= \frac{2}{\sqrt{x}}. \end{aligned}$$

Vậy $A = \dfrac{2}{\sqrt{x}}$.

b) Vì A nguyên nên $\sqrt{x} \leqslant 2 \Leftrightarrow 0 \leqslant x \leqslant 4$. Vì x nguyên và $x > 0$; $x \neq 1$ nên $x \in \{2; 3; 4\}$. Thử lại ta thấy chỉ có $x = 4$ thì A nguyên. Vậy A nguyên khi và chỉ khi $x = 4$.

□

Câu 9.2. Ta có

$$\begin{cases} 2x+y=5 \\ x-3y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=5 \\ 2x-6y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=5 \\ 7y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1. \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm $(x; y) = (2; 1)$. □

Câu 9.3.

a) Khi $m = 2$, ta có phương trình

$$x^2 + 3x + 2 = 0. \tag{1}$$

Vì $a - b + c = 1 - 3 + 2 = 0$ nên phương trình (1) có hai nghiệm $x_1 = -1$, $x_2 = -2$.

b) Ta có

$$\Delta = (2m-1)^2 - 4 \cdot 2(m-1) = 4m^2 - 12m + 9 = (2m-3)^2 \geqslant 0, \forall m.$$

Do đó phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi m.

c) Với mọi m, phương trình có hai nghiệm x_1, x_2. Theo định lí Vi-ét, ta có

$$x_1 + x_2 = -2m + 1; \quad x_1x_2 = 2(m-1).$$

Khi đó

$$\begin{aligned} x_1(x_2-5) + x_2(x_1-5) = 33 &\Leftrightarrow 2x_1x_2 - 5(x_1+x_2) = 33 \\ &\Leftrightarrow 4(m-1) - 5(-2m+1) = 33 \\ &\Leftrightarrow 14m = 42 \\ &\Leftrightarrow m = 3. \end{aligned}$$

Vậy $m = 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$\square$

Câu 9.4. Ta có

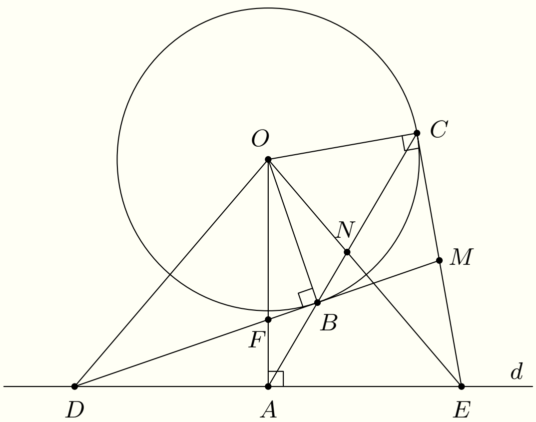
$$\begin{aligned}
P &= x^4y^4 + x^4 + y^4 + 1 + 2013 \\
&= x^4 + y^4 + \left(x^2+y^2\right)^2 - 2x^2y^2 + 1 + 2013 \\
&= \left(x^2y^2-1\right)^2 + \left(x^2+y^2\right)^2 + 2013 \\
&= \left(x^2y^2-1\right)^2 + (4-2xy)^2 + 2013 \\
&= \left(x^2y^2-1\right)^2 + 16 - 16xy + 4x^2y^2 + 2013 \\
&= \left(x^2y^2-1\right)^2 + 4(xy-1)^2 - 8xy + 2025 \\
&\geqslant \left(x^2y^2-1\right)^2 + 4(xy-1)^2 - 2(x+y)^2 + 2025 \\
&\geqslant \left(x^2y^2-1\right)^2 + 4(xy-1)^2 + 2017 \\
&\geqslant 2017.
\end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} xy = 1 \\ x = y \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 1.$$

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 2017 khi $x = y = 1$. $\square$

Câu 9.5.



a) Ta có $OA \perp d$, suy ra $\widehat{OAE} = 90^\circ$. Lại có CE là tiếp tuyến của (O) nên $\widehat{OCE} = 90^\circ$. Tứ giác $AOCE$ có $\widehat{OAE} + \widehat{OCE} = 180^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp.

b) Tứ giác $AOCE$ nội tiếp nên $\widehat{BAF} = \widehat{CEN}$ (cùng chắn cung $\overset{\frown}{OC}$). Lại có $\widehat{FBA} = \widehat{CBM} = \widehat{NCM}$. Từ đó suy ra $\triangle ABF \backsim ECN$, suy ra

$$\frac{AB}{EC} = \frac{AF}{EN} \Leftrightarrow AB \cdot EN = AF \cdot EC.$$

c) Tứ giác $ABOD$ có $\widehat{OAD} = \widehat{OBD} = 90^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp. Từ đó suy ra

$$\begin{aligned}
\widehat{ODE} &= \widehat{OBC} && \text{(cùng bù với } \widehat{OBA}\text{)} \\
&= \widehat{OCB} && \text{(vì tam giác } OBC \text{ cân tại } O\text{)} \\
&= \widehat{OED} && \text{(cùng chắn cung } \overset{\frown}{OA}\text{)}.
\end{aligned}$$

Do đó tam giác ODE cân tại O, mà OA là đường cao nên A là trung điểm DE.

$\square$

ĐỀ SỐ 10

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 QUẢNG BÌNH NĂM HỌC 2012-2013

Câu 10.1.

a) Điều kiện $x \neq 0$; $x \neq 1$. Khi đó

$$A = \frac{x-1}{x(x-1)} + \frac{2x}{x(x-1)} + \frac{1}{x(x-1)} = \frac{x-1+2x+1}{x(x-1)} = \frac{3}{x-1}.$$

Vậy $A = \dfrac{3}{x-1}$, với $x \neq 0$; $x \neq 1$.

b) Vì A nguyên nên $x-1$ là ước nguyên của 3, suy ra

$$\left[\begin{array}{l} x-1=3 \\ x-1=1 \\ x-1=-1 \\ x-1=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=2 \\ x=0 \quad \text{(loại)} \\ x=-2. \end{array}\right.$$

Vậy A nguyên khi $x=4$, $x=2$ và $x=-2$.

□

Câu 10.2. Ta có

$$\begin{cases} x+3y=3 \\ -x+2y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3y=3 \\ \qquad 5y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=2. \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x;y)=(-3;2)$. □

Câu 10.3.

a) Vì $a-b+c=1-(-2)+(-3)=0$ nên phương trình có hai nghiệm $x_1=-1$, $x_2=3$.

b) Ta có $\Delta' = 1-m$. Phương trình đã cho có hai nghiệm khi và chỉ khi

$$\Delta \geqslant 0 \Leftrightarrow 1-m \geqslant 0 \Leftrightarrow m \leqslant 1.$$

Phương trình có hai nghiệm x_1, x_2. Theo định lí Vi-ét, ta có

$$x_1+x_2=2; \quad x_1x_2=m.$$

Khi đó

$$x_1^2+x_2^2=8 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=8 \Leftrightarrow 4-2m=8 \Leftrightarrow m=-2 \quad \text{(thỏa mãn)}.$$

Vậy $m=-2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

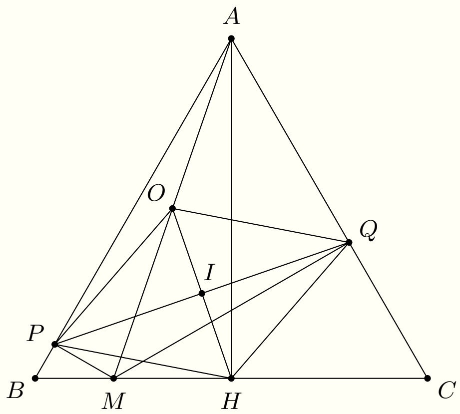
□

Câu 10.4. Ta có

$$\begin{aligned} P &= (a+b)^3-3ab(a+b)+(a+b)^2-2ab \\ &= 8-6ab+4-2ab \\ &= 12-8ab \\ &\geqslant 12-2(a+b)^2 \\ &\geqslant 4. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a=b=1$. Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 khi $a=b=1$. □

Câu 10.5.



a) Ta có $\widehat{APM} = \widehat{AQM} = \widehat{AHM} = 90^\circ$. Vì P, Q, H cùng nhìn đoạn AM dưới một góc vuông nên P, Q, H, A, M cùng nằm trên đường tròn đường kính AM.

b) Vì P, Q, H cùng nằm trên đường tròn tâm O nên $OP = OH = OQ$. Do đó các tam giác OPH và OQH cân tại O. Ta lại có $\widehat{POH} = 2 \cdot \widehat{PAH} = 60^\circ$, $\widehat{QOH} = 2 \cdot \widehat{QAH} = 60^\circ$. Từ đó suy ra các tam giác OPH và OQH đều. Khi đó $OPHQ$ là hình thoi nên $OH \perp PQ$.

c) Gọi I là giao điểm của OH và PQ, ta có

$$PQ = 2PI = 2 \cdot \frac{OH\sqrt{3}}{2} = OH\sqrt{3} = \frac{AM\sqrt{3}}{2}.$$

Ta lại có $AM \geqslant AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $PQ \geqslant \dfrac{3a}{4}$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv H$. Vậy PQ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\dfrac{3a}{4}$ khi $M \equiv H$.

□