

Bài I (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{x+15}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{7}{\sqrt{x}+1} + \frac{8-10\sqrt{x}}{x-1} - \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.
2. Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$.
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = AB$.

Bài II (1,5 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình:

Hai công nhân cùng sơn cửa cho một công trình. Nếu hai người cùng làm thì trong 4 ngày xong công việc. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 8 ngày rồi dừng lại và người thứ hai làm tiếp 2 ngày nữa thì xong công việc. Hỏi mỗi người làm một mình thì bao lâu xong việc?

Bài III (2,5 điểm)

1. Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 3(x+y) - 2(x-y) = 8 \\ 2(x+y) + (x-y) = -4 \end{cases}$$
2. Cho Parabol $(P): y = x^2$ và vẽ (P) và (d) trên cùng mặt phẳng tọa độ đường thẳng $(d): y = x + 2$.
 - a) Vẽ (P) và (d) trên cùng mặt phẳng tọa độ Oxy
 - b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.
 - c) Gọi A, B là giao điểm của (P) và (d) (điểm A có hoành độ âm). Tính diện tích tam giác OAB.

Bài IV (3,5 điểm) Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O, bán kính R. Gọi H là giao điểm của ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC.

1. Chứng minh rằng AEHF tứ giác nội tiếp đường tròn.
2. Vẽ đường kính AK của đường tròn (O). Chứng minh tam giác ABD và tam giác AKC đồng dạng với nhau. Suy ra $AB \cdot AC = 2R \cdot AD$.
3. Chứng minh rằng OC vuông góc với DE.

Bài V (0,5 điểm) Giải phương trình $x^2 - 2x - 1 = \sqrt{(x^2 + 1)(x + 1)}$