

Bài 1 (3 điểm). Cho $a - b = \sqrt{11 + 4\sqrt{7}} - \sqrt{7}$. Tính giá trị của biểu thức:

$$P = a^3 - b^3 - 6ab + 2022.$$

Bài 2 (6 điểm). Cho biểu thức $Q = \left(\frac{3 + \sqrt{x}}{3 - \sqrt{x}} - \frac{3 - \sqrt{x}}{3 + \sqrt{x}} - \frac{4x}{x - 9} \right) \cdot \frac{3\sqrt{x} - x}{\sqrt{x} - 2}$

- Rút gọn biểu thức Q .
- Tìm x biết $Q = 36$.
- Tìm x thỏa mãn $|Q| > Q$.

Bài 3 (4 điểm). Cho phương trình $x^2 - 2(m + 1)x + 4m - m^2 = 0$ (m là tham số).

- Giải phương trình với $m = 1$.
- Chứng minh rằng với mọi giá trị của m phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.
- Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn:

$$x_1^2 + 2(m + 1)x_2 - 4 = 0.$$

Bài 4 (5 điểm). Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Gọi K là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh BC . E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của K trên các cạnh AB, AC .

- Chứng minh $\widehat{AEF} = \widehat{ACB}$. Từ đó chỉ ra tứ giác $BCFE$ nội tiếp đường tròn.
- Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng BC và EF . Chứng minh rằng $IK^2 = IB \cdot IC$.
- Đường thẳng IA cắt đường tròn (O) tại điểm J ($J \neq A$). Gọi D là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BCFE$. Chứng minh rằng ba điểm D, K, J thẳng hàng.

Bài 5 (2 điểm).

- Chứng minh rằng nếu a là số tự nhiên không chia hết cho 5 và không chia hết cho 7 thì $(a^4 - 1)(a^4 + 15a^2 + 1)$ chia hết cho 35.
- Cho m, n, p là ba số nguyên dương thỏa mãn $mn = p(m + n)$ và m, p là hai số nguyên tố cùng nhau. Chứng minh rằng mnp là số chính phương.

————— Hết —————

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên..... SBD.....