

Bài 1 (2,0 điểm):

Cho hàm số: $y = x^2$ có đồ thị là (P) và đường thẳng (d): $y = x + 2$.

- Vẽ đồ thị parabol (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.
- Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P).

Bài 2 (2,0 điểm):

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{8}{x-3} + \frac{1}{y-1} = 5 \\ \frac{4}{x-3} + \frac{1}{y-1} = 3 \end{cases}$$

- b) Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng

$(d_1): y = x + 2$; $(d_2): y = 2x + 1$; $(d_3): y = (2m+3)x - 1$ đồng quy.

- c) Tìm m nguyên sao cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 2x - y = m \end{cases}$$
 (m là tham số)

có nghiệm duy nhất (x; y) với $x < 1, y < 1$.

Bài 3 (2,0 điểm): Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Hai tổ sản xuất cùng làm chung một công việc thì sau 12 giờ xong. Nếu tổ một làm một mình trong 2 giờ, tổ hai làm một mình trong 7 giờ thì cả hai tổ làm xong một nửa công việc. Hỏi mỗi tổ làm một mình trong bao lâu thì xong công việc đó?

Bài 4 (3,5 điểm):

Cho đường thẳng d và đường tròn (O;R) không có điểm chung. Kẻ $OH \perp d$ tại H. Điểm A thuộc d và không trùng với điểm H. Qua A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC tới (O) (B và C là các tiếp điểm). BC cắt OA, OH lần lượt tại M và N. Đoạn thẳng OA cắt (O) tại I. Chứng minh rằng:

- Tứ giác OBAC nội tiếp.
- $OM.OA = ON.OH$.
- Xác định tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.
- Xác định vị trí của điểm A trên đường thẳng d để diện tích $\triangle OMN$ có giá trị lớn nhất.

Bài 5 (0,5 điểm):

Cho hai số thực x, y thỏa mãn $(x + \sqrt{x^2 + 2023})(y + \sqrt{y^2 + 2023}) = 2023$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = 9x^4 + 7y^4 - 12x^2 + 4y^2 + 5$.

-----Hết-----