

Ngày khảo sát: 27/01/2024

Thời gian làm bài: 150 phút
(Đề gồm 01 trang)

Câu 1 (3 điểm)

1) Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = 1800 : \{ 450 : [450 - (4.5^3 - 2^3.5^2)] \}$

b) $B = (2^{17} + 17^2) \cdot (9^{15} - 3^{15}) \cdot (2^4 - 4^2)$

2) Chứng tỏ rằng: $M = 75 \cdot (4^{2021} + 4^{2020} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 25$ chia hết cho 100.

Câu 2 (2 điểm)

1) Tìm x biết: a) $30 - 2(3x - 1)^2 = 12$

b) $2 \cdot 3^x + 3^{x+2} = 99$

2) Tìm số tự nhiên a, b biết $a - b = 84$, $(a, b) = 28$ và $300 < a, b < 400$.

Câu 3 (2 điểm)

1) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $xy - 3x + y = 5$.

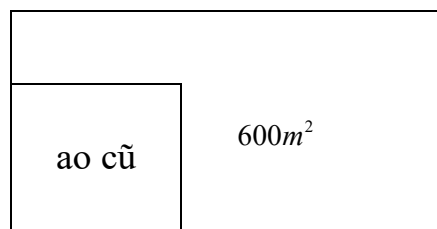
2) Cho p là số nguyên tố lớn hơn 5. Chứng minh rằng $(p - 1)(p + 1)$ chia hết cho 24.

Câu 4 (2 điểm) Người ta mở rộng một cái ao hình vuông để được một cái ao hình chữ nhật có chiều dài gấp 2 lần chiều rộng. Sau khi mở rộng, diện tích ao tăng thêm $600m^2$ và diện tích ao mới gấp 4 lần ao cũ.

1) Tính diện tích ao sau khi đã mở rộng.

2) Người ta phải dùng cọc để làm hàng rào xung quanh ao mới, biết rằng cọc nọ cách cọc kia 1m và ở một góc ao người ta để lối lên xuống rộng 2m.

Hỏi người ta phải dùng bao nhiêu chiếc cọc để đủ rào xung quanh ao mới?



Câu 5 (1 điểm) Tìm tất cả các số nguyên dương n để: $A = 2^n + 3^n + 4^n$ là một số chính phương.

..... Hết.....

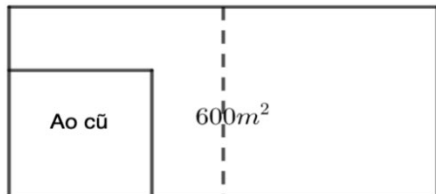
(Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay)

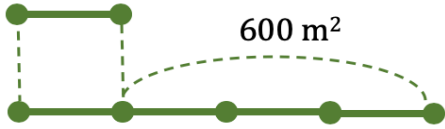
Họ và tên thí sinh: Số BD.....

Giám thị.....

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Đáp án	Điểm
	a) Tính : $A = 1800 : \{450 : [450 - (4 \cdot 5^3 - 2^3 \cdot 5^2)]\}$	1 điểm
Câu 1: (3 điểm)	$A = 1800 : \{450 : [450 - (4 \cdot 5^3 - 2^3 \cdot 5^2)]\}$	
	$= 1800 : \{450 : [450 - (4 \cdot 125 - 8 \cdot 25)]\}$	0,25
	$= 1800 : \{450 : [450 - 300]\}$	0,25
	$= 1800 : \{450 : 150\}$	0,25
	$= 1800 : 3 = 600$	0,25
	b) $B = (2^{17} + 17^2) \cdot (9^{15} - 3^{15}) \cdot (2^4 - 4^2)$	1 điểm
	$B = (2^{17} + 17^2) \cdot (9^{15} - 3^{15}) \cdot (2^4 - 4^2)$	
	$B = (2^{17} + 17^2) \cdot (9^{15} - 3^{15}) \cdot (16 - 16)$	0,5
	$B = (2^{17} + 17^2) \cdot (9^{15} - 3^{15}) \cdot 0$	0,25
	$B = 0$	0,25
	2. Chứng tỏ rằng $M = 75 \cdot (4^{2021} + 4^{2020} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 25$ chia hết cho 100.	1 điểm
	Đặt $S = 4^{2021} + 4^{2020} + \dots + 4^2 + 4 + 1 \Rightarrow M = 75 \cdot S + 25$	0,25
	Ta có $S = 4^{2021} + 4^{2020} + \dots + 4^2 + 4 + 1 \Rightarrow 4S = 4^{2022} + 4^{2021} + \dots + 4^3 + 4^2 + 4$	0,25
	$\Rightarrow 4S - S = 4^{2022} - 1 \Leftrightarrow S = \frac{4^{2022} - 1}{3}$	
	Do đó	
	$M = 75 \cdot S + 25 = 75 \cdot \frac{4^{2022} - 1}{3} + 25 = 25 \cdot (4^{2022} - 1) + 25 = 25 \cdot 4^{2022} = 100 \cdot 4^{2021}$	0,5
	Suy ra $M : 100$	
	Tìm x biết: a) $30 - 2(3x - 1)^2 = 12$	0,75 điểm
Câu 2: (2 điểm)	$30 - 2(3x - 1)^2 = 12$	
	$2 \cdot (3x - 1)^2 = 30 - 12$	
	$2 \cdot (3x - 1)^2 = 18$	0,25
	$(3x - 1)^2 = 9$	
	$\begin{cases} 3x - 1 = 3 \\ 3x - 1 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 4 \\ 3x = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}$	0,25
	b) Tìm x biết: $2 \cdot 3^x + 3^{x+2} = 99$	0,75 điểm
	$2 \cdot 3^x + 3^x \cdot 3^2 = 99$	0,25
	$3^x (2 + 3^2) = 99$	

	$3^x.11 = 99$ $3^x = 9$ $x = 2$	0,25 0,25																				
	1)Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $xy - 3x + y = 5$.	(1 điểm)																				
Câu 3	$xy - 3x + y = 5$																					
	$\Rightarrow x.(y-3)+(y-3)=2$	0,25																				
	$\Rightarrow (x+1).(y-3)=2$. Vì x, y là số nguyên nên $x+1$ và $y-3$ cũng là số nguyên, ta có bảng sau :	0,25																				
	<table><tr><td>$x+1$</td><td>- 2</td><td>- 1</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>x</td><td>- 3</td><td>- 2</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>$y-3$</td><td>- 1</td><td>- 2</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>1</td><td>5</td><td>4</td></tr></table>	$x+1$	- 2	- 1	1	2	x	- 3	- 2	0	1	$y-3$	- 1	- 2	2	1	y	2	1	5	4	0,25
	$x+1$	- 2	- 1	1	2																	
x	- 3	- 2	0	1																		
$y-3$	- 1	- 2	2	1																		
y	2	1	5	4																		
Vậy cặp (x,y) là $(-3;2); (-2;1); (0;5); (1;4)$	0,25																					
	2) Cho p là số nguyên tố lớn hơn 5. Chứng minh rằng $(p - 1)(p + 1)$ chia hết cho 24.	(1 điểm)																				
	2) Ta chứng minh $(p-1)(p+1):24$ Vì p là số nguyên tố lớn hơn 5 nên $p \nmid 3$ và $p \nmid 2$ Có $p \nmid 2$ nên $p-1$ và $p+1$ là hai số chẵn liên tiếp $\rightarrow (p-1).(p+1):8 \qquad (1)$	0,25 0,25																				
	Mặt khác: $p \nmid 3 \rightarrow p$ có thể có 1 trong 2 dạng là $p = 3k + 1$ hoặc $p = 3k + 2 \ (k \in \mathbb{N}^*)$ Nếu $p = 3k + 1 \rightarrow p-1:3 \rightarrow (p-1)(p+1):3$ Nếu $p = 3k + 2 \rightarrow p+1:3 \rightarrow (p-1)(p+1):3$ $\Rightarrow (p-1)(p+1):3 \qquad (2)$	0,25																				
	Từ (1) và (2) mà $(3,8)=1$ suy ra $(p - 1)(p + 1)$ chia hết cho 24.	0,25																				
Câu 4	Hình vẽ :  Ta có sơ đồ sau:	1 điểm																				

	Diện tích ao cũ:  Diện tích ao mới: Diện tích ao mới là: $600 : (4 - 1) \times 4 = 800 \text{ (m}^2\text{)}$	
	Ta chia ao mới thành hai hình vuông có diện tích bằng nhau như hình vẽ. Diện tích một hình vuông là: $800 : 2 = 400 \text{ (m}^2\text{)}$ Vì $400 = 20 \times 20$ Cạnh của hình vuông hay chiều rộng của ao mới là 20m Chiều dài của ao mới là: $20 \times 2 = 40 \text{ (m)}$ Chu vi ao mới là: $(40 + 20) \times 2 = 120 \text{ (m)}$ Số cọc để rào xung quanh ao mới là: $(120 - 2) : 1 + 1 = 119 \text{ (chiếc)}$	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 5	Tìm tất cả các số nguyên dương n để: $A = 2^n + 3^n + 4^n$ là một số chính phương.	1 điểm
	Ta xét các trường hợp sau: TH1: Nếu $n = 1$ thì $B = 9$ thỏa mãn TH2: xét $n > 1$ thì $2^n > 2$ nên $2^n + 4^n$ chia hết cho 4. Mà 3^n thì chia cho 4 có số dư là 1 hay (-1) tương ứng với n chẵn hoặc lẻ. Mà một số chính phương chia cho 4 thì dư 0 hoặc 1 Do $(3,4) = 1$ nên để A là số chính phương thì 3^n phải chia 4 dư 1 Nên n là số chẵn. Với n là số chẵn thì $n = 2k$ (k là số nguyên dương) Khi đó: $2^n = 2^{2k} = 4^k$ sẽ chia cho 3 dư 1 Lại có 3^n chia hết cho 3 Nên: $A = 2^n + 3^n + 4^n$ chia cho 4 dư 2 (Vô lí) Vì A là số chính phương thì chia cho 3 phải dư 0 hoặc 1 Vậy $n = 1$ Thì A là số chính phương	0,25 0,25 0,25 0,25