

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề thi gồm 01 trang

Bài 1 (1,5 điểm): Với $x > 0$, cho các biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{1-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$.

- Tính giá trị biểu thức A khi $x = 64$.
- Rút gọn biểu thức B .
- Tìm x để $\frac{A}{B} > \frac{3}{2}$.

Bài 2 (2,0 điểm):

- Giải phương trình: $(x+3)^4 + (x+5)^4 = 82$.
- Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} y(y-x) = 2x^2 + 3x + 1 \\ \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y+7} = 7y - 3x^2 + 1 \end{cases}$$

Bài 3 (2,0 điểm):

- Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1$ với m là tham số. Tìm m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = 2$.
- Tìm tất cả các nghiệm nguyên $(x; y)$ của phương trình: $xy - x + 3y = 6$.

Bài 4 (0,5 điểm): Cho tập hợp $A = \{201; 203; \dots; 2021; 2023\}$ gồm 912 số tự nhiên lẻ. Cần chọn ra ít nhất bao nhiêu số từ tập hợp A sao cho trong các số được chọn luôn tồn tại hai số có tổng bằng 2288?

Bài 5 (3,0 điểm): Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn ($AB < AC$). Vẽ đường cao AD, BE, CF của tam giác đó. Gọi H là giao điểm của các đường cao vừa vẽ. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AH và BC .

- Chứng minh rằng $\triangle MFN$ là tam giác vuông.
- Chứng minh $\triangle FMN \sim \triangle FAC$.
- Gọi P, Q lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ M, N đến đường thẳng DF . Chứng minh rằng giao điểm của FE và MN thuộc đường tròn đường kính PQ .

Bài 6 (1,0 điểm): Cho a, b là 2 số thực dương.

- Chứng minh rằng $\sqrt{(1+a)(1+b)} \geq 1 + \sqrt{ab}$.
- Cho $a + b = ab$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{a^2 + 3a - b} + \frac{1}{b^2 + 3b - a} + \sqrt{(1+a^2)(1+b^2)}.$$

Hết

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ, tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ ký của cán bộ coi thi 1:; Chữ ký của cán bộ coi thi 2: