

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

(Đề gồm 01 trang)

Câu 1. (4,0 điểm)

Cho biểu thức: $A = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$.

- Rút gọn biểu thức A .
- Tìm các giá trị của x để $A < 1$.

Câu 2. (2,0 điểm)

Cho hàm số $y = f(x) = (3m^2 - 7m + 5)x - 2021$ (*).

Chứng minh rằng hàm số (*) luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ với mọi m .

Câu 3. (6,0 điểm)

a) Một đoàn học sinh đi tham quan khu di tích lịch sử hàng Pác Bó bằng ô tô. Nếu mỗi xe chỉ chở 22 học sinh thì còn thừa một học sinh. Nếu bớt đi một ô tô thì có thể phân phối đều số học sinh vào các xe còn lại. Hỏi lúc đầu có bao nhiêu xe ô tô và có bao nhiêu học sinh đi tham quan, biết rằng số học sinh trên mỗi xe không quá 32 em.

b) Chứng minh rằng tổng $A = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2019}$ chia hết cho 15.

Câu 4. (6,0 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) có đường kính $AB = 2R$; CD là dây cung di động trên nửa đường tròn sao cho $CD = R$ và C thuộc cung AD (C khác A ; D khác B). AD cắt BC tại H , hai đường thẳng AC và BD cắt nhau tại F .

- Chứng minh tứ giác $CFDH$ nội tiếp.
- Chứng minh: $CF \cdot CA = CH \cdot CB$.
- Gọi I là trung điểm của HF . Chứng minh tia OI là tia phân giác của góc COD .
- Chứng minh rằng khi dây cung CD di động trên nửa đường tròn, diện tích tam giác OID có giá trị không đổi.

Câu 5. (2,0 điểm)

Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn:

$$x^2 + xy - 2019x - 2020y - 2021 = 0.$$

Hết

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu, giám thị không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Họ tên, chữ ký của giám thị 1:.....