

Câu 1. (4,0 điểm)

Cho phân thức: $P = \frac{n^3 + 2n^2 - 1}{n^3 + 2n^2 + 2n + 1}$

- a) Hãy tìm điều kiện xác định và rút gọn phân thức trên.
b) Chứng minh rằng nếu n là một số nguyên thì giá trị phân thức tìm được trong câu a) luôn là một phân số tối giản.

Câu 2. (5,0 điểm)

- a) Giải phương trình sau: $x^3 + 2x^2 + 3x - 6 = 0$
b) Tìm đa thức $f(x)$ biết: $f(x)$ chia cho $x-2$ dư 5; $f(x)$ chia cho $x-3$ dư 7; $f(x)$ chia cho $(x-2)(x-3)$ được thương là $x^2 - 1$ và đa thức dư là đa thức bậc nhất đối với x .
c) Cho các số nguyên a, b, c, d khác 0 thỏa mãn: $ab = cd$
Chứng minh rằng: $a^{2018} + b^{2018} + c^{2018} + d^{2018}$ là hợp số.

Câu 3. (4,0 điểm)

- a) Cho a, b, c là các số khác 0 và thỏa mãn $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$. Tính giá trị của biểu thức: $A = \left(1 + \frac{a}{b}\right)\left(1 + \frac{b}{c}\right)\left(1 + \frac{c}{a}\right)$

- b) Cho $x > 0$; $y > 0$ và $x + y \geq 6$. Tìm GTNN của biểu thức:

$$P = 5x + 3y + \frac{12}{x} + \frac{16}{y}$$

Câu 4. (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A, có trung tuyến AM, đường cao AH. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ BC kẻ hai tia Bx và Cy cùng vuông góc với BC. Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với AM cắt Bx và Cy lần lượt tại P và Q. Chứng minh :

- a) $AP = BP$ và $AQ = CQ$
b) PC đi qua trung điểm I của AH
c) Khi BC cố định, $BC = 2a$, điểm A chuyển động sao cho $\angle BAC = 90^\circ$. Tìm vị trí điểm H trên đoạn thẳng BC để diện tích tam giác ABH đạt giá trị lớn nhất, tìm giá trị lớn nhất đó.

Câu 5. (1,0 điểm) Giải phương trình nghiệm nguyên: $x^3 + 2x = 2018 - y^2$

-----Hết-----

Họ tên thí sinh: Số báo danh: