

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm có 01 trang)

Đề thi môn: Toán 9

Ngày thi: /01/2022

Thời gian làm bài: 150 phút

Câu 1: (4 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x^2 y}}{x+y} - \frac{2\sqrt{y}}{x-y}$ ($x > 0; y > 0; x \neq y$)

a. Rút gọn biểu thức A

b. Tính giá trị biểu thức A biết:

$$\frac{x}{9} = \sqrt{\frac{22 + 2\sqrt{21}}{4}} - \sqrt{\frac{22 - 2\sqrt{21}}{4}}; \quad \frac{y}{4} = \frac{(5+2\sqrt{6})(49-20\sqrt{6})(\sqrt{5-2\sqrt{6}})}{9\sqrt{3}-11\sqrt{2}}.$$

Câu 2: (6 điểm)

a. Giải phương trình: $\frac{3x}{\sqrt{3x+10}} = \sqrt{3x+1} - 1$

b. Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} x^3 + y^3 - xy^2 = 1 \\ 4x^4 + y^4 = 4x + y \end{cases}$$

c. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các đường thẳng:

$$(d_1): -2x + 5y - 8 = 0; \quad (d_2): x + 2y - 5 = 0; \quad (d_3): (m^2 - 1)x + 3y - 5 - 2m = 0.$$

Xác định m để ba đường thẳng trên là ba đường thẳng phân biệt đồng quy?

Câu 3 (5,0 điểm): Cho hình vuông ABCD. Gọi M là một điểm tùy ý trên đường chéo BD. Kẻ $ME \perp AB, MF \perp AD, (E \in AB, F \in AD)$.

a) Chứng minh $DE = CF; DE \perp CF$.

b) Chứng minh ba đường thẳng DE, BF, CM đồng quy.

c) Xác định vị trí của điểm M trên BD để diện tích tứ giác AEMF lớn nhất?

Câu 4 (2 điểm): Cho đường tròn (O;R) và hai điểm A,B nằm phía ngoài đường tròn (O) với $OA = 2R$. Xác định vị trí của điểm M trên đường tròn (O) sao cho biểu thức

$P = MA + 2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất ấy.

Câu 5 (3 điểm):

a. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương (x ; y) thỏa mãn:

$$(xy + x + y)(x^2 + y^2 + 1) = 30$$

b. Cho $x > 0, y > 0$ và $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \left(1 - \frac{1}{y^2}\right)$$

==HẾT==