

Câu 1 (3,0 điểm).a) Giải phương trình nghiệm nguyên: $x^2(y^2 - 1) = 2y(4y + x)$.b) Tìm tất cả các số tự nhiên n biết tổng các chữ số của n bằng $n^2 - 1999n + 28$.**Câu 2 (7,0 điểm).**a) Giải phương trình: $\frac{x+1}{\sqrt{2+\sqrt{x+1}}} = 2x+1$.b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x(y+1) + y(1+2y) = x^2 \\ \sqrt{x-1} + \sqrt{2y-3} = 3. \end{cases}$$
Câu 3 (2,0 điểm). Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn: $xy + yz + zx = xyz$.
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau:

$$P = \frac{\sqrt{x+yz} + \sqrt{y+zx} + \sqrt{z+xy}}{\sqrt{xyz} + \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}}.$$

Câu 4 (5,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn có trung tuyến CM . Các đường cao AH, BD, CF của tam giác ABC cắt nhau tại I . Đường thẳng qua C và song song với AH cắt BD tại P .a) Chứng minh: $PI \cdot AB = AC \cdot CI$.b) Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp tam giác CDH . Chứng minh MD là tiếp tuyến của đường tròn (O) .**Câu 5 (3,0 điểm).** Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$), kẻ đường phân giác AD của góc BAC và đường trung tuyến AM (D, M thuộc BC). Vẽ hai đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABC và tam giác ADM , hai đường tròn này cắt nhau tại điểm thứ hai là I (I khác A), đường tròn ngoại tiếp tam giác ADM cắt hai cạnh AB và AC theo thứ tự tại E và F . Tia AD cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại J . Chứng minh: Ba điểm I, M, J thẳng hàng.

..... Hết

Thí sinh không được sử dụng máy tính bỏ túi.