

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán - lớp 9

Ngày thi: 21/4/2024

(Đề thi gồm có 01 trang)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

ĐỀ BÀI

Câu 1.(4,0 điểm)

1. Cho biểu thức: $P = \frac{x\sqrt{x} + 26\sqrt{x} - 19}{x + 2\sqrt{x} - 3} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 3}$ (với $x \geq 0, x \neq 1$).

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của P .

2. Chứng minh rằng nếu: $\sqrt{x^2 + \sqrt[3]{x^4 y^2}} + \sqrt{y^2 + \sqrt[3]{x^2 y^4}} = 2$ thì $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = \sqrt[3]{4}$.

Câu 2.(4,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 + mx + 2m - 7 = 0$ (1) (ẩn x), với m là tham số nguyên.

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 , tìm m để $9x_1 = x_2^2$.

b) Chứng minh rằng m là số nguyên lẻ thì phương trình (1) không có nghiệm hữu tỉ.

Câu 3.(4,0 điểm)

1. Giải phương trình sau: $\sqrt{x-1+2\sqrt{x-2}} - \sqrt{x-1-2\sqrt{x-2}} = 1$.

2. Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} x(x+1) = 2xy + 2 \\ x^2(x^2 + 4y^2 + 1) = 4(x^3y + 1) \end{cases}$$

Câu 4.(6,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$), ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . Gọi I là giao điểm của EF và AH . Đường thẳng qua I và song song với BC cắt AB, BE lần lượt tại P và Q .

a) Chứng minh $\triangle AEF \sim \triangle ABC$.

b) Chứng minh $IP = IQ$.

c) Gọi M là trung điểm của AH . Chứng minh I là trực tâm của tam giác BMC .

Câu 5.(2,0 điểm)

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $6x^2y^3 + 3x^2 - 10y^3 = -2$.

2. Cho a, b, c là các số không âm và không có hai số nào đồng thời bằng 0. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{1}{b^2 + c^2} + \frac{1}{c^2 + a^2} \geq \frac{10}{(a + b + c)^2}.$$

(Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay)

--- HẾT ---