

(Đề có 01 trang, gồm 05 câu)

Câu I (4,0 điểm).

1. Rút gọn biểu thức:

$$P = (x+3y)(x^2-3xy+9y^2) - 3y(3y-x)(x+3y) - x(3xy+x^2-5) - 5x+1.$$

2. Cho 3 số x, y, z thỏa mãn: $xy + x + y = 3$, $yz + y + z = 8$, $zx + z + x = 15$.

Tính giá trị của biểu thức: $P = x + y^2 + z^3$.

Câu II: (4,0 điểm).

1. Tìm tất cả các giá trị của x thỏa mãn: $(1-x)^3 + (3-x)^3 = (4-2x)^3$.

2. Tìm dư khi chia $f(x)$ cho $g(x)$ biết: $f(x) = x^{100} + x^{99} + x^{98} + \dots + x + 1$, $g(x) = x^2 - 1$;

Câu III (4,0 điểm).

1. Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn: $x(x^2 + x + 1) = 4^y - 1$

2. Cho x, y là các số nguyên thỏa mãn $x^2 - 2xy - y$ và $xy - 2y^2 - x$ đều chia hết cho 5.
Chứng minh rằng: $2x^2 + y^2 + 2x + y$ chia hết cho 5.

Câu IV (6,0 điểm).

Cho hình vuông $ABCD$. Gọi E, K lần lượt là trung điểm của AB và CD . Kẻ $DM \perp CE$ tại M

1. Chứng minh tứ giác $ADKE$ là hình chữ nhật và $AM \perp KM$.

2. Phân giác góc DCE cắt cạnh AD tại F . Chứng minh: $CE = DF + BE$.

3. Chứng minh rằng $CF \leq 2EF$.

Câu V (2,0 điểm).

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng 3.

Chứng minh rằng: $3a^2 + 3b^2 + 3c^2 + 4abc \geq 13$.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm