

Bài 1 (5,0 điểm)

a. Thực hiện phép tính: $\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1 \right)^2$

b. Cho biểu thức: $A = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} - \frac{1}{3^5} + \dots + \frac{1}{3^{100}}$

Tính giá trị của biểu thức $B = 4|A| + \frac{1}{3^{100}}$.

Bài 2 (3,0 điểm). Tìm x, y biết:

a. $\frac{x}{y} = \frac{8}{5}$ và $5x + 4y = 120$.

b. $\frac{6}{(x-1)^2 + 2} = |y-1| + |y-2| + |y-3| + 1$.

Bài 3 (3,0 điểm)

a. Cho $M = \frac{1}{15} + \frac{1}{105} + \frac{1}{315} + \dots + \frac{1}{9177}$

So sánh M với $\frac{1}{12}$.

b. Cho các số nguyên dương a; b; c; d; e thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2$ chia hết cho 2.

Chứng tỏ rằng: $a + b + c + d + e$ là hợp số.

Bài 4 (3,0 điểm). Cho tỷ lệ thức: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng: $\frac{2a+3b}{2a-3b} = \frac{2c+3d}{2c-3d}$

(Giả thiết các tỷ lệ thức đều có nghĩa).

Bài 5 (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC, O là trung điểm của BC. Từ B kẻ BD vuông góc với AC

(D thuộc AC). Từ C kẻ CE vuông góc với AB (E thuộc AB).

a. Chứng minh rằng: $OD = \frac{1}{2} BC$.

b. Trên tia đối của tia DE lấy điểm N, trên tia đối của tia ED lấy điểm M sao cho $DN = EM$. Chứng minh rằng: Tam giác OMN là tam giác cân.

.....Hết

Họ và tên thí sinh: Họ, tên chữ ký GT1:

Số báo danh: Họ, tên chữ ký GT2:

Bài 1 (5,0 điểm)	Hướng dẫn giải	Điểm
a) (2,5 điểm)	$\left[6.\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3.\left(-\frac{1}{3}\right) + 1\right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)^2$	
	$= \left(6.\frac{1}{9} + 1 + 1\right) : \left(-\frac{4}{3}\right)^2$	1,0
	$\left(\frac{2}{3} + 2\right) : \frac{16}{9}$	0,75
	$\frac{8}{3} : \frac{9}{16} = \frac{3}{2}$	0,75
b) (2,5 điểm)	$A = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} - \frac{1}{3^5} + \dots + \frac{1}{3^{100}}$	0,5
	$3A = -1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{3^4} + \dots + \frac{1}{3^{99}}$	
	$A + 3A = -1 + \frac{1}{3^{100}}$	1,0
	$A = \frac{1}{4} \left(-1 + \frac{1}{3^{100}}\right)$	0,5
	$\Rightarrow A < 0 \Rightarrow A = -\frac{1}{4} \left(-1 + \frac{1}{3^{100}}\right) = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{3^{100}}\right)$	0,25
	$B = 4. A + \frac{1}{3^{100}} = 4.\frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{3^{100}}\right) + \frac{1}{3^{100}} = 1$	0,25
Bài 2 (3,0 điểm)		
a) (1,5 điểm)	$\frac{x}{y} = \frac{8}{5} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{y}{5}$	0,25
	$\Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{y}{5} = \frac{5x}{40} = \frac{4y}{20} = \frac{5x+4y}{60} = \frac{120}{60} = 2$	1,0
	$\Rightarrow \begin{cases} x = 2.8 = 16 \\ y = 2.5 = 10 \end{cases}$	0,25
b) (1,5 điểm)	$\frac{6}{(x-1)^4 + 2} = y-1 + y-2 + y-3 + 1$	
	Đặt $A = \frac{6}{(x-1)^4 + 2}$	0,5
	Chứng tỏ được $A \leq 3$ với mọi x (1) Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x = 1$	
	Đặt $B = y-1 + y-2 + y-3 + 1$	
	$B = y-1 + y-2 + 3-y + 1$	0,75
	$ y-1 \geq y-1$ với mọi y. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow y \geq 1$	

	$ y - 2 \geq 0$ với mọi y . Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow y = 2$ $ 3 - y \geq 3 - y$ với mọi y . Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow y \leq 3$ $\Rightarrow B \geq 3$ với mọi y (2), và tìm được dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow y = 2$ Từ (1) và (2) $\Rightarrow A = B = 3$ $\Rightarrow x = 1; y = 2$	0,25
Bài 3 (3,0 điểm)		
a) (1,5 điểm)	So sánh M với $\frac{1}{12}$ $M = \frac{1}{1.3.5} + \frac{1}{3.5.7} + \frac{1}{5.7.9} + \dots + \frac{1}{19.21.23}$	0,5
	$\Rightarrow 4M = \frac{4}{1.3.5} + \frac{4}{3.5.7} + \frac{4}{5.7.9} + \dots + \frac{4}{19.21.23}$	0,25
	$4M = \frac{1}{1.3} - \frac{1}{3.5} + \frac{1}{3.5} - \frac{1}{5.7} + \frac{1}{5.7} - \frac{1}{7.9} + \dots + \frac{1}{19.21} - \frac{1}{21.23} = \frac{1}{3} - \frac{1}{21.23} = \frac{160}{483}$ $\Rightarrow M = \frac{40}{483}$	0,5
	Vì $\frac{1}{12} = \frac{40}{480} > \frac{40}{483}$ nên $M < \frac{1}{12}$	0,25
b) (1,5 điểm)	Đặt $A = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2$ $B = a + b + c + d + e$ Xét $A + B = (a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2) + (a + b + c + d + e)$ $= (a^2 + a) + (b^2 + b) + (c^2 + c) + (d^2 + d) + (e^2 + e)$	0,5
	$A + B = a.(a+1) + b.(b+1) + c.(c+1) + d.(d+1) + e.(e+1)$	0,25
	Chỉ ra được với n là số nguyên thì tích hai số nguyên liên tiếp $n(n+1)$ là số chia hết cho 2 Do đó $A + B$ chia hết cho 2	0,5
	Theo đề bài A chia hết cho 2, suy ra B chia hết cho 2 và lập luận để có $B > 2$ Kết luận B là hợp số	0,25
Bài 4 (3,0 điểm)		
	Giả thiết các tỷ lệ thức đều có nghĩa Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$	0,75
	$\Rightarrow \frac{2a}{2c} = \frac{3b}{3d}$	0,75
	Áp dụng tính chất dãy tỷ số bằng nhau $\frac{2a}{2c} = \frac{3b}{3d} = \frac{2a+3b}{2c+3d} = \frac{2a-3b}{2c-3d}$	1,0
	$\Rightarrow \frac{2a+3b}{2a-3b} = \frac{2c+3d}{2c-3d}$	0,5
Bài 5 (6,0 điểm)	Vẽ hình ghi giả thiết kết luận	0,5

a) (3,0 điểm)	Chứng minh : $OD = \frac{1}{2}BC$.	
	Trên tia đối của tia OD lấy điểm I sao cho $OI = OD$. Nối I với C.	0,5
	Chứng minh được $\triangle OBD = \triangle OCI$ (c.g.c)	0,5
	$\Rightarrow BD = CI$ và $\angle BDO = \angle OIC$ Mà hai góc này ở vị trí so le trong $\Rightarrow DB \parallel CI$ Mà $CD \perp BD \Rightarrow CD \perp CI$	0,5
	Chứng minh được $\triangle BDC = \triangle ICD$ (c.g.c)	1,0
	$\Rightarrow BC = DI$ Từ đó $\Rightarrow OD = \frac{1}{2}BC$.	0,5
b) (2,5 điểm)	Chứng minh $\triangle OMN$ cân	
	Nối O với E	
	Chứng minh tương tự câu a có $OE = \frac{1}{2}BC$.	0,5
	$\Rightarrow OD = OE \Rightarrow \triangle OED$ cân tại O	0,5
	Chứng minh được $\angle OEM = \angle ODN$	0,5
	-Chứng minh được $\triangle OEM = \triangle ODN$ (c.g.c)	0,5
	$\Rightarrow OM = ON \Rightarrow$ Điều phải chứng minh	0,5

Chú ý:

- Học sinh có cách giải khác đúng cho điểm tương đương.
- Nếu bài hình phần trên (a) sai thì vẫn chấm điểm phần dưới (b)...