

**Bài 1:** (5 điểm)

1) Cho biểu thức $P = \frac{2x + \sqrt{16x} + 6}{x + 2\sqrt{x} - 3} + \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} + \frac{3}{\sqrt{x} + 3} - 2$

- Rút gọn P .
- Tìm các giá trị tự nhiên của x để P là số tự nhiên.
- Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x^2 + y^2 - xy = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = x^2 + y^2$.

Bài 2: (5 điểm)

1) Giải phương trình $\sqrt{3x^2 - 12x + 16} + \sqrt{y^2 - 4y + 13} = 5$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - y^2 + x - y = 5 \\ x^3 - x^2y - x.y^2 + y^2 = 6 \end{cases}$

3) Cho (P) là đồ thị của hàm số $y = 2x^2$.

- Vẽ đồ thị (P) của hàm số.
- Tìm tập hợp các điểm M sao cho qua M có thể kẻ được hai đường thẳng vuông góc và cùng tiếp xúc với (P) .

Bài 3: (5 điểm) Cho đường tròn tâm O và dây cung AB không đi qua tâm, điểm M di chuyển trên cung lớn AB . Từ M kẻ MH vuông góc với $AB (H \in AB)$. Từ H lần lượt kẻ các đường thẳng vuông góc với MA, MB tại E và F . Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với EF cắt AB tại D và cắt (O) tại N . Chứng minh rằng

- Các điểm M, E, H, F cùng thuộc một đường tròn.
- MN là đường kính của (O)
- Tìm vị trí của M trên cung lớn AB để $AH \cdot AD = BD \cdot BH$

Bài 4: (2 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 6(\text{cm})$, đường cao AH . Gọi D và E theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của H trên AB và AC . Tam giác ABC có điều kiện gì thì hình chữ nhật $ADHE$ có diện tích lớn nhất? Tìm diện tích lớn nhất ấy.

Bài 5: (3 điểm)

- Cho a, b là các số nguyên lẻ và không chia hết cho 3. Chứng minh rằng $a^2 - b^3$ chia hết cho 24.
- Tìm các số nguyên dương x, y thỏa mãn $(x^2 + 1)(x^2 + y^2) = 4x^2y$.

----- HẾT -----