

Câu 1 (4,0 điểm):

1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $4x^2 - 8x - 5$.

b) $2x^3 + 7x^2y + 7xy^2 + 2y^3$.

2. Cho $x^2 + x = 1$. Tính giá trị của biểu thức $Q = x^6 + 2x^5 + 2x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1$.

Câu 2 (4,0 điểm):

1. Cho đa thức $P(x)$ là đa thức bậc bốn có hệ số cao nhất bằng 1 và thỏa mãn

$P(1) = 0; P(3) = 0; P(5) = 0$. Tính $P(-2) + 7P(6)$.

2. Tìm x thỏa mãn $(x^2 - x + 1)(x^2 - x + 2) = 12$.

Câu 3 (4,0 điểm):

1. Tìm tất cả các số nguyên x, y sao cho $5x^2 - 2xy + y^2 = 17$.

2. Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho số $A = 2^n + 3^n + 4^n$ là số chính phương.

Câu 4 (6,0 điểm):

1. Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$), có đường cao AH sao cho $AH = HC$. Trên AH lấy điểm I sao cho $HI = BH$. Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của BI và AC . Gọi N và M lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên AB và IC . Gọi K là giao điểm của CI và AB . Gọi D là giao điểm của BI và AC .

a) Chứng minh I là trực tâm của tam giác ABC .

b) Chứng minh tứ giác $HNKM$ là hình vuông.

c) Chứng minh bốn điểm N, P, M, Q thẳng hàng.

2. Cho tam giác ABC nhọn và không cân, có $AB + AC = 2 \cdot BC$. Gọi I là giao điểm ba đường phân giác trong của tam giác, G là trọng tâm của tam giác ABC . Chứng minh rằng $IG \parallel BC$.

Câu 5 (2,0 điểm):

1. Cho số thực x và các số thực a, b, c đôi một khác nhau và khác 0 thỏa mãn

$x = a + \frac{1}{b} = b + \frac{1}{c} = c + \frac{1}{a}$. Tính giá trị của biểu thức $M = xabc$.

2. Cho a, b, c là các số không âm thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = (a-1)^3 + (b-1)^3 + (c-1)^3$$