

Bài 1: (4 điểm)

Cho biểu thức: $P = \left(\frac{2}{a^2 - 5a + 4} + \frac{3}{a^2 - 16} \right) : \frac{a+1}{a^2 + 3a - 4}$; $Q = \frac{a-4}{a^2 - 4a + 9}$
(với $a \neq \pm 1$ và $a \neq \pm 4$)

- 1) Rút gọn biểu thức P;
- 2) Tính giá trị của P biết $|a + 1| = 3$;
- 3) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $B = P.Q$.

Bài 2: (4 điểm)

- 1) Giải phương trình: $(4x - 5)^2(2x - 3)(x - 1) = 9$;
- 2) Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn: $3x^2 + 5y^2 = 345$;
- 3) Tìm hệ số a, b để đa thức $x^5 - 6x^2 + ax + b$ chia hết cho đa thức $x^2 - 3x + 2$.

Bài 3: (4 điểm)

- 1) Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức: $N = 2x^2 + 5y^2 + 4xy + 8x - 4y - 100$.
- 2) Cho $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ và $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0$. Tính giá trị của biểu thức: $Q = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$

Bài 4: (7 điểm)

Cho hình chữ nhật ABCD, gọi H là hình chiếu của D trên AC. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của BC, AH, DH.

- 1) Tứ giác MNKC là hình gì? Vì sao?
- 2) Chứng minh rằng: $DH^2 = HA.HC$;
- 3) Chứng minh rằng: $\triangle AND$ đồng dạng với $\triangle DKC$;
- 4) Chứng minh rằng: $DN \perp NM$.

Bài 5: (1 điểm)

Cho điểm D thay đổi trên cạnh BC của tam giác nhọn ABC (D khác B và C). Từ D kẻ đường thẳng song song với AB cắt cạnh AC tại điểm N. Cũng từ D kẻ đường thẳng song song với AC cắt cạnh AB tại điểm M. Tìm vị trí của D để đoạn thẳng MN có độ dài nhỏ nhất.