

HƯỚNG DẪN ÔN TẬP HỌC KÌ I
MÔN: TOÁN 9

PHẦN CƠ BẢN:

Dạng I. Rút gọn biểu thức

Bài 1: Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 3} - \frac{5}{x + \sqrt{x} - 6} + \frac{1}{2 - \sqrt{x}}$ và $B = \frac{2\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} - 4}$

- Rút gọn biểu thức A.
- Tính giá trị của biểu thức B biết $x^2 - 9 = 0$.
- Với các biểu thức A và B nói trên, hãy tìm giá trị nguyên của x để A.B là số tự nhiên.

Bài 2: Cho biểu thức: $A = \frac{2x\sqrt{x} + 2\sqrt{x} - 3x - 3}{2\sqrt{x} - 3}$ và $B = \frac{2x^2 - 2x}{x\sqrt{x} - \sqrt{x}}$

- Rút gọn biểu thức A và B.
- Tính giá trị của A khi $x = \sqrt{4 + \sqrt{7}}$.
- Tìm x để $B < -x + 3$.
- So sánh A và B (A, B là hai biểu thức).

Bài 3: 1) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x} + 2}{x + 2\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$

2) Cho biểu thức $B = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{2}$. Tính giá trị của B biết $x = 7 + 2\sqrt{6}$.

3) Với các biểu thức A và nói trên, xét biểu thức $C = A.B$.

a) Tìm giá trị nguyên của a để C nhận giá nguyên

b) Tìm x để $C \geq \frac{-2}{3}$.

c) So sánh C và 1.

Bài 4: 1/ Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 2}$. Tính giá trị của biểu thức khi $x = 9 - 4\sqrt{5}$.

2/ Rút gọn biểu thức $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{3}{\sqrt{x} + 1} - \frac{6\sqrt{x} - 4}{x - 1}$ (với $x \geq 0, x \neq 1$)

3/ Tìm các giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức $C = 2B.(A - 1)$ là số nguyên

Bài 5:

1) Rút gọn biểu thức: $M = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1} + x + 1$

2) Tính giá trị của biểu thức $N = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 2}$ khi $x = \frac{1}{\sqrt{3} - 1} - \frac{1}{\sqrt{3} + 1}$

3) Tìm GTNN của $M : N$

Bài 6: Cho các biểu thức:

$$A = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \quad \text{và} \quad B = \frac{\sqrt{x}-1}{2} \quad \text{với } x \geq 0; x \neq 1$$

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị biểu thức B với $x = 37 - 20\sqrt{3}$.

c) Tìm GTLN của biểu thức $P = A \cdot \frac{1}{B}$

Dạng II. Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Bài 1: Một số tự nhiên có hai chữ số. Nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được một số nhỏ hơn số đã cho 18 đơn vị. Biết tổng của các chữ số đã cho bằng 6. Tìm số đã cho.

Bài 2: Một hình chữ nhật có chiều dài nhỏ hơn chiều rộng 9m, nếu giảm chiều dài 3m và tăng chiều rộng 2m thì diện tích hình chữ nhật tăng 6m². Tính chu vi hình chữ nhật.

Bài 3: Hai tổ sản xuất tháng đầu may được 450 áo. Sang tháng thứ hai tổ I vượt mức 10%, tổ II vượt mức 20% so với tháng đầu. Nên tháng thứ hai cả hai tổ sản xuất được 520 áo. Tính số áo mỗi tổ may được trong tháng đầu.

Bài 4: Một đội sản xuất dự định mỗi ngày làm được 48 chi tiết máy. Khi thực hiện mỗi ngày đội làm được 60 chi tiết, do đó đội không những đã hoàn thành kế hoạch sớm hai ngày mà còn làm thêm được 24 chi tiết. Hỏi đội phải làm bao nhiêu chi tiết máy theo kế hoạch?

Bài 5: Một người đi xe máy dự định đi từ A đến B với vận tốc 30 km/h. Trên $\frac{1}{3}$ quãng đường đầu xe đi với vận tốc như dự định, trên phần đường còn lại người đó tăng vận tốc lên 40 km/h. Vì thế đã đến B sớm hơn dự định 30 phút. Tính chiều dài quãng đường AB.

Dạng III. Hàm số và đồ thị

Bài 1: Cho hàm số $y = (4 - 3m)x - m + 1$ (1) $\left(m \neq \frac{4}{3}\right)$ có đồ thị là đường thẳng d.

Xác định m để:

a) Hàm số (1) là hàm số nghịch biến; là hàm số đồng biến?

b) (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1.

c) (d) vuông góc với đường thẳng $(d_1): y = x - 10$.

d) (d) song song với đường thẳng $(d_2): y = m^2x + 5$.

e) (d) cắt $(d_3): y = 7x + 3$ tại một điểm nằm trên trục tung.

- f) (d) đồng quy với hai đường thẳng $(d_4): y = -x + 3$ và $(d_5): y = 4x - 7$.
- g) Chứng minh với mọi giá trị m đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 2: Cho hàm số $y = (m^2 - 4)x + m + 3$ có đồ thị là đường thẳng d. Tìm m để:

- Hàm số là bậc nhất; là đồng biến; là nghịch biến.
- (d) đi qua $A(-1;5)$.
- (d) cắt Oy tại điểm có tung độ -5.
- (d) tạo với trục hoành một góc 45° .
- (d) song song với đường thẳng $(d_1): y = -3x + 1$.
- (d) vuông góc với $(d_2): y = -\frac{1}{5}x - 6$.
- (d) cắt $(d_3): y = x + 2$ tại một điểm nằm trên trục tung.
- (d) cắt $(d_4): y = 2x + 5$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

Bài 3: Cho hàm số $y = ax + b$. Xác định hàm số biết đồ thị của nó:

- Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 và song song với đường thẳng $y = \frac{2}{3}x + 1$?
- Đi qua điểm $M(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $y = 2x + 1$;
- Cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2, cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.
- Đi qua $A(-1;-2)$ và $B(2;-3)$.
- Đi qua gốc tọa độ và $P(\sqrt{3};1)$.

Khi đó tính góc tạo bởi đường thẳng này với trục Ox.

Bài 4: Cho đường thẳng $(d): y = \frac{3}{4}x - 3$.

- Vẽ (d).
- Tính diện tích tam giác được tạo thành giữa (d) và hai trục tọa độ.
- Tính khoảng cách từ O đến (d).

Bài 5:

- Vẽ đồ thị hai hàm số: $y = x + 1$ và $y = -x + 3$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Hai đường thẳng $y = x + 1$ và $y = -x + 3$ cắt nhau tại C và cắt trục Ox theo thứ tự tại A và B. Tìm tọa độ các điểm A, B, C.
- Tính chu vi và diện tích tam giác ABC.

Bài 6: Cho đường thẳng (d) có phương trình $y = (2m + 1)x - 2 \left(m \neq -\frac{1}{2} \right)$.

(d) cắt Ox tại A, cắt Oy tại B. Tìm m sao cho:

- Khoảng cách từ gốc O đến đường thẳng d bằng $\sqrt{2}$.
- Diện tích tam giác AOB = $\frac{1}{2}$

Dạng IV. Hệ phương trình

Bài 1: Giải các hpt sau bằng phương pháp thế:

a. $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$

c. $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ x + y = 6 \end{cases}$

d. $\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ -3x + 4y = 2 \end{cases}$

e. $\begin{cases} x - y = -3 \\ xy = 10 \end{cases}$

g. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 - x = y^2 - y \end{cases}$

Bài 2: Cho hệ phương trình $\begin{cases} a^2x - y = -7 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi $a = 1$.

b) Gọi nghiệm của hệ phương trình là (x, y) .

Tìm các giá trị của a để $x + y = 2$.

Bài 3: Cho hệ phương trình: $\begin{cases} -2mx + y = 5 \\ mx + 3y = 1 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi $m = 1$.

b) Giải và biện luận hệ phương trình theo tham số m .

c) Gọi nghiệm của hệ phương trình là (x, y) . Tìm m để $x - y = 2$.

Bài 4: Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x + my = 3 \\ mx + 4y = 6 \end{cases}$

a) Giải hệ khi $m = 3$.

b) Gọi nghiệm của hệ phương trình là (x, y) . Tìm m để phương trình có nghiệm $> 1, y > 0$.

Bài 5: Cho hệ: $\begin{cases} x + 2y = 2m + 1 \\ 4x + 2y = 5m - 2 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi $m = 2$.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để hệ có nghiệm là những số nguyên.

Dạng V. Hình học

Bài 1. Cho đường tròn tâm $(O; R)$ và một điểm A cố định trên đường tròn đó. Qua A vẽ tiếp tuyến xy . Từ một điểm M trên xy vẽ tiếp tuyến MB với đường tròn (O) . Hai đường cao AD và BE của tam giác MAB cắt nhau tại H ; MO cắt AB tại K .

1. Chứng minh OM là trung trực của AB .

2. Chứng minh rằng tứ giác $AOBH$ là hình thoi.

3. Chứng minh $OK \cdot OM$ có giá trị không đổi.

4. Khi điểm M di động trên xy thì điểm H di động trên đường nào?

Bài 2. Cho đoạn thẳng AB và O là trung điểm của nó. Vẽ về một phía của AB các Ax, By cùng vuông góc với AB . Các điểm M, N theo thứ tự dịch chuyển trên Ax, By cho góc MON bằng 90° . Gọi I là trung điểm của MN . Chứng minh rằng:

a) AB là tiếp tuyến của đường tròn $(I; IO)$

- b) MO là tia phân giác của góc AMN.
 c) MN là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AB.
 d) Khi các điểm M, N thay đổi trên Ax, By thì AM. BN không đổi.
 e) Tìm vị trí của M để MA + BN nhỏ nhất.
 f) Xác định vị trí điểm H (H là chân đường vuông góc hạ từ O xuống MN) để diện tích tam giác AHB lớn nhất.

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AH ($AB < AC$). Vẽ đường tròn (B; BA) cắt đường thẳng AH tại D (D khác A).

- a) Chứng minh H là trung điểm của AD và tam giác CAD cân.
 b) Chứng minh CD là tiếp tuyến của đường tròn (B; BA).
 c) Vẽ đường kính AK của đường tròn (B; BA). Từ K vẽ đường thẳng vuông góc với AK cắt đường thẳng AD tại N. Chứng minh $DN \cdot DC = DB \cdot DK$.
 d) Từ điểm M thuộc cung nhỏ AD của đường tròn (B; BA) vẽ tiếp tuyến cắt AC và CD lần lượt tại E và F. Chứng minh rằng: Nếu diện tích tứ giác ABDC gấp 4 lần diện tích tam giác EBF thì $CE + CF = 3 EF$.

PHẦN NÂNG CAO:

Dạng I. Giải các phương trình vô tỉ sau:

- a) $x^2 + 4x + 7 = (x + 4)\sqrt{x^2 + 7}$
 b) $\frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{x}}} + \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{x}}} = \sqrt{2}$
 c) $\sqrt{x+1} + 2(x+1) = x-1 + \sqrt{1-x} + 3\sqrt{1-x^2}$
 d) $\sqrt{x^2 - \frac{1}{4}} + \sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}(2x^3 + x^2 + 2x + 1)$
 e) $\sqrt{x+2} = \frac{x^2 + 2x + 2}{2x+1}$

Dạng II. Bài tập về bất đẳng thức:

- a) Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn $a + b + c + ab + ac + bc = 6abc$.

$$\text{Chứng minh: } \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 3.$$

- b) Với x, y là các số dương thỏa mãn $x \geq 2y$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = \frac{x^2 + y^2}{xy}$$

- c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $(x-1)^4 + (x-3)^4 + 6(x-1)^2(x-3)^2$.

- d) Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác.

$$\text{Chứng minh rằng: } \sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} > 1$$

- e) Cho $xy \geq 0$ và $x^2 + y^2 = 1$. Tìm GTLN và GTNN của $S = x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x}$.