

A. ĐẠI SỐ**Dạng 1. Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn****Bài 1.** Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{lll}
 1) \begin{cases} 2x + y = 7 \\ -x + 4y = 10 \end{cases}; & 2) \begin{cases} -2x + y = -3 \\ 3x + 4y = 10 \end{cases}; & 3) \begin{cases} 0,3x + 0,5y = 31,5 \\ x - 2y = 1,5 \end{cases} \\
 4) \begin{cases} 0,7x + 3y = 0,6 \\ 3,5x - 2y = 9 \end{cases}; & 5) \begin{cases} -\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 0 \\ y - x = 1 \end{cases} & 6) \begin{cases} 2(x + 2y) - 3(2x - 4y) = 5 \\ 3(x + 2y) + 2(2x - 4y) = 1 \end{cases}
 \end{array}$$

Bài 2. Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{lll}
 1) \begin{cases} \frac{15}{x} - \frac{7}{y} = 9 \\ \frac{4}{x} + \frac{9}{y} = 35 \end{cases} & 2) \begin{cases} 3\sqrt{x-1} + 2\sqrt{y+2} = 13 \\ 2\sqrt{x-1} - \sqrt{y+2} = 4 \end{cases} & 3) \begin{cases} \frac{2}{x-3} - \frac{7}{y+1} = 25 \\ \frac{3}{x-3} + \frac{5}{y+1} = -9 \end{cases} \\
 4) \begin{cases} \frac{7}{\sqrt{x-7}} - \frac{4}{\sqrt{y+6}} = \frac{5}{3} \\ \frac{5}{\sqrt{x-7}} + \frac{3}{\sqrt{y+6}} = 2\frac{1}{6} \end{cases} & 5) \begin{cases} \frac{1}{2x+y} - \frac{3}{x-y} = 1 \\ \frac{5}{2x+y} + \frac{2}{x-y} = 22 \end{cases} & 6) \begin{cases} x^2 - 2x - 2y = 1 \\ 3(x-1)^2 + 3y = 1 \end{cases}
 \end{array}$$

Bài 3. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là 50m. Nếu giảm chiều rộng 3m và giữ nguyên chiều dài thì ta được một hình chữ nhật mới có diện tích nhỏ hơn diện tích lúc đầu là 45m². Tính diện tích khu vườn lúc đầu.

Bài 4. Trong tháng thứ nhất, hai tổ sản xuất được 750 chi tiết máy. So với tháng thứ nhất, trong tháng thứ hai, tổ một sản xuất vượt 15%, tổ hai sản xuất vượt 10% nên trong tháng này, cả hai tổ đã sản xuất được 845 chi tiết máy. Hỏi trong tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

Bài 5. Lớp 9A và lớp 9B của một trường THCS dự định làm 90 chiếc đèn ông sao để tặng các em thiếu nhi nhân dịp Tết Trung Thu. Nếu lớp 9A làm trong 2 ngày và lớp 9B làm trong 1 ngày thì được 23 chiếc đèn; nếu lớp 9A làm trong 1 ngày và lớp 9B làm trong 2 ngày thì được 22 chiếc đèn. Biết rằng năng suất làm việc của từng lớp là không đổi, hỏi nếu cả hai lớp cùng làm thì hết bao nhiêu ngày để hoàn thành công việc đã dự định?

Bài 6. Một xí nghiệp dự định chia đều 49 000 000 đồng để thưởng cho các công nhân tham gia hội thảo nhân ngày thành lập xí nghiệp. Khi đến ngày hội thảo chỉ có 70% số công nhân tham gia, vì thế mỗi người tham gia hội thảo được nhận thêm 100000 đồng. Tính số công nhân dự định tham gia lúc đầu.

Bài 7. Bạn Giang dự định dùng hết số tiền 900 nghìn đồng để mua một số chiếc áo đồng giá tặng các bạn có hoàn cảnh khó khăn. Khi đến cửa hàng, loại áo mà bạn Giang dự định mua được giảm giá 50 nghìn đồng/chiếc. Do vậy, bạn Giang đã mua được số lượng áo gấp rưỡi so với số lượng dự định. Tính giá tiền của mỗi chiếc áo bạn Giang đã mua?

Bài 8. Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 21,7 triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế

VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 21,8 triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng?

Bài 9. Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 60 km. Sau 1 giờ 45 phút, một xe máy cũng xuất phát từ A và đến B sớm hơn xe đạp 2 giờ. Tính tốc độ của mỗi xe, biết rằng tốc độ của xe máy gấp 4 lần tốc độ của xe đạp.

Bài 10. Một chiếc xe khách đi từ Thành phố Hồ Chí Minh đến Cần Thơ, quãng đường dài 170km. Sau khi xe khách xuất phát 15 phút, một chiếc xe tải bắt đầu đi từ Cần Thơ về Thành phố Hồ Chí Minh và gặp xe khách sau đó 1 giờ 45 phút. Tính vận tốc của mỗi xe, biết rằng mỗi giờ xe khách đi nhanh hơn xe tải 10km.

Bài 11. Một ca nô đi xuôi dòng 12 km rồi ngược dòng 12 km mất tổng thời gian là 2 giờ 30 phút. Nếu cũng trên con sông ấy, ca nô xuôi dòng 4 km rồi ngược dòng 8 km thì hết tổng thời gian 1 giờ 20 phút. Biết rằng vận tốc riêng của ca nô và vận tốc riêng của dòng nước là không đổi, tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc riêng của dòng nước.

Bài 12. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không chứa nước thì sau 3 giờ đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất chảy một mình trong 20 phút rồi khóa lại, mở tiếp vòi thứ hai chảy trong 30 phút thì cả hai vòi chảy được $\frac{1}{8}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Dạng 2. Các bài toán về căn thức

Bài 13. Rút gọn các biểu thức.

1) $\sqrt{24} - 4\sqrt{6}$;

2) $\sqrt{200} - \sqrt{32} + \sqrt{72}$;

3) $\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48}$;

4) $\sqrt{18} - \sqrt{50} + \sqrt{98}$;

5) $4\sqrt{20} - 3\sqrt{125} + 5\sqrt{45} - 15\sqrt{\frac{1}{5}}$;

6) $(\sqrt{8} + \sqrt{3})\sqrt{6}$;

7) $\sqrt{4.5} - \frac{1}{2}\sqrt{72} + 5\sqrt{\frac{1}{2}}$;

8) $\sqrt{32} - \sqrt{18} + \frac{4}{\sqrt{2}}$;

9) $40\sqrt{\frac{25}{6}} - 10\sqrt{\frac{3}{2}} - 12\sqrt{\frac{98}{3}}$;

10) $\sqrt{200} - \sqrt{50} + 4\sqrt{\frac{1}{8}}$.

Bài 14. Rút gọn các biểu thức.

1) $3\sqrt{5} - \sqrt{(1 - \sqrt{5})^2}$;

2) $\sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} + \sqrt{2}$;

3) $\sqrt{6 - 4\sqrt{2}} + \sqrt{22 - 12\sqrt{2}}$;

4) $\sqrt{17 - 12\sqrt{2}} + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}$;

5) $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} - \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$;

6) $\sqrt{29 + 12\sqrt{5}} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}$.

7) $\frac{5 + \sqrt{5}}{5 - \sqrt{5}} + \frac{5 - \sqrt{5}}{5 + \sqrt{5}}$;

8) $\frac{3 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} - (3 + \sqrt{3} - 2\sqrt{2})$;

9) $\frac{4}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} + 2\sqrt{3} - 1$;

10) $\frac{53}{9 - 2\sqrt{7}} + 2\sqrt{7} - 5$;

11) $\frac{2}{\sqrt{3} + 1} - \frac{1}{\sqrt{3} - 2} + \frac{6}{\sqrt{3} + 3}$;

12) $\frac{6}{4 + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}} - \frac{6}{4 - \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}}$.

Bài 15. Giải các phương trình sau:

1) $\sqrt{18x+9} - \sqrt{8x+4} + \frac{1}{3}\sqrt{2x+1} = 4;$

2) $\frac{3}{2}\sqrt{4x-8} - 9\sqrt{\frac{x-2}{81}} = 6;$

3) $\sqrt{9x-9} - \sqrt{4x-4} + \sqrt{16x-16} - 3\sqrt{x-1} = 16;$

4) $\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3};$

5) $\sqrt{9x^2-6x+1} = 2;$

6) $\sqrt{4x^2+4x+1} = \sqrt{x^2-6x+9};$

7) $\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} = 2;$

8) $\sqrt{x^2-3x+2} = x-1.$

Bài 16. Cho biểu thức $M = \left(\frac{1}{a-\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-2\sqrt{a}+1}$ với $a \geq 0, a \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức M ;

b) Tính giá trị của biểu thức M khi $a = 16$;

c) Tìm giá trị nguyên của a để biểu thức M nhận giá trị nguyên.

Bài 17. Cho hai biểu thức: $A = \frac{2\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}}$ và $B = \left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}+5} \right) : \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-5}$ với $x \geq 0; x \neq 25$.

a) Khi $x = 7 - 4\sqrt{3}$, tính giá trị biểu thức A ;

b) Rút gọn biểu thức B ;

c) Tìm x để $A + B$ nhận giá trị nguyên.

Bài 18. Cho biểu thức: $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}$, với $x \geq 0, x \neq 9$.

a) Rút gọn P ;

b) Tính giá trị của biểu thức P khi $|x-5| = 2$;

b) Tìm giá trị lớn nhất của P .

Bài 19. Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}}{1-x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right)$.

a) Rút gọn P ;

b) Tính giá trị của P khi $x = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$;

c) So sánh P với $\frac{1}{2}$.

Bài 20. Cho biểu thức $A = 1 - \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} - \frac{10-5\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$

với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$.

a) Tính giá trị của A , biết $x = 6 - 2\sqrt{5}$;

b) Rút gọn $P = A : B$;

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của P .

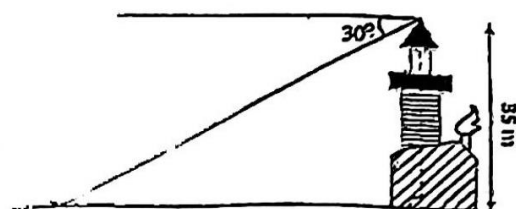
B. HÌNH HỌC

Dạng 1. Toán thực tế

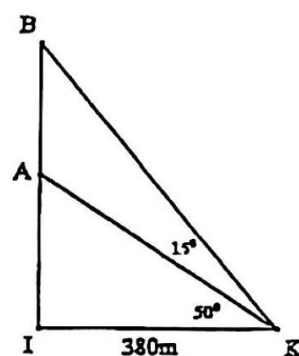
Bài 1. Một người đi xe đạp lên một đoạn đường dốc từ A đến đỉnh dốc B có độ nghiêng 7° so với phương nằm ngang, biết đỉnh dốc cao 70m so với phương nằm ngang. Hỏi đoạn đường dốc đó dài bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



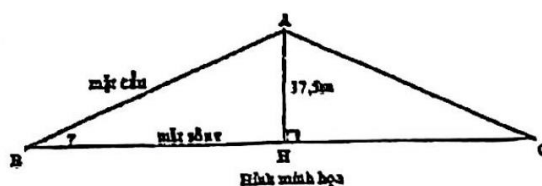
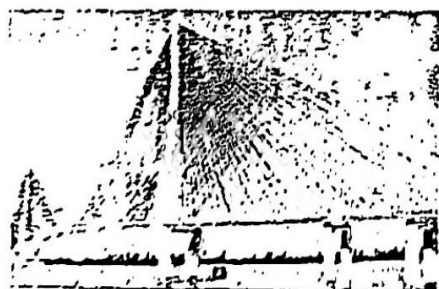
Bài 2. Từ đỉnh một ngọn đèn cao 35m so với mặt nước biển, người ta nhìn thấy một hòn đảo dưới góc 30° so với phương nằm ngang. Hỏi khoảng cách từ đảo đến chân đèn (ở mức nước biển) bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



Bài 3. Tại một vị trí trên bờ, bạn An có thể xác định được khoảng cách hai chiếc thuyền ở vị trí A, vị trí B bằng cách như sau: Trước tiên, bạn chọn một vị trí trên bờ (điểm I) sao cho ba điểm I, A, B thẳng hàng. Sau đó, bạn di chuyển theo hướng vuông góc với IA đến vị trí điểm K cách điểm I khoảng 380m. Bạn dùng giác kế ngắm vị trí điểm A và điểm B thì đo được $\angle AKB = 15^\circ$. Còn khi bạn ngắm vị trí điểm A và điểm I thì đo được $\angle AKI = 50^\circ$. Tính khoảng cách giữa hai chiếc thuyền.



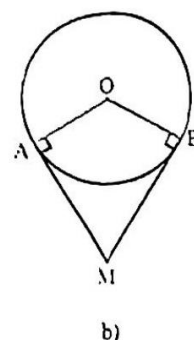
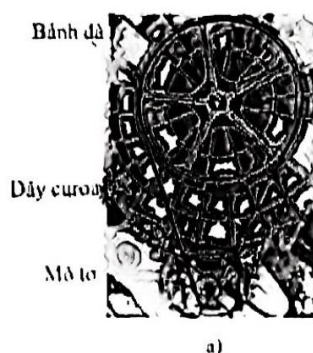
Bài 4. Cầu Cần Thơ là cầu nối qua sông Hậu cũng là cầu dây văng lớn nhất Đông Nam Á. Cầu được khởi công năm 2004 và nối liền thành phố Cần Thơ và tỉnh Vĩnh Long. Cầu có 4 làn dành cho xe hơi và 2 làn dành cho xe gắn máy. Nếu vẽ trên bản đồ tỉ lệ xích 1: 20000 thì chiều dài của cây cầu trên bản đồ là 7,676cm. Biết độ cao từ điểm cao nhất của mặt cầu và mặt sông là 37,5m. Em hãy tính góc tạo bởi mặt cầu và mặt sông? (hình minh họa)



Bài 5. Bánh đà của một động cơ được thiết kế có dạng là một đường tròn tâm O, bán kính 15 cm được kéo bởi một dây curoa. Trục của mô tơ truyền lực được biểu diễn bởi điểm M, hai đoạn dây curoa MA, MB tiếp xúc với bánh đà. Biết khoảng cách OM là 35 cm.

a) Tính độ dài của hai đoạn dây curoa MA và MB (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

b) Tính số đo $\angle AMB$ tạo bởi hai tiếp tuyến AM, BM và số đo $\angle AOB$ (kết quả làm tròn đến phút).



Dạng 2. Hình tổng hợp

Bài 6. Cho đường tròn $(O; R)$, bán kính OA , dây CD là đường trung trực của OA .

- a) Tứ giác $OCAD$ là hình gì ? Vì sao ?
- b) Kẻ tiếp tuyến với đường tròn tại C , tiếp tuyến này cắt đường thẳng OA tại I . Tính CI ;
- c) Chứng minh ID là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Bài 7. Cho đường tròn $(O; R)$ có đường kính AB . Vẽ dây AC sao cho $AC = R$. Gọi I là trung điểm của dây AC . Đường thẳng OI cắt tiếp tuyến Ax tại M . Chứng minh rằng:

- a) $\angle ACB$ có số đo bằng 90° , từ đó suy ra độ dài của BC theo R ;
- b) OM là tia phân giác của $\angle COA$;
- c) MC là tiếp tuyến của đường tròn $(O; R)$.

Bài 8. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB ; AC là một dây cung của nó. Kẻ tiếp tuyến Ax và kẻ đường phân giác của góc $C Ax$ cắt đường tròn tại E và cắt BC kéo dài tại D . Gọi I là giao điểm của AC và BE .

- a) Chứng minh bốn điểm D, E, I, C thuộc cùng một đường tròn;
- b) Chứng minh rằng $\triangle ABD$ cân và $OE \parallel BD$;
- c) Gọi I là giao điểm của AC và BE . Chứng minh $DI \perp AB$;
- d) Khi C di chuyển trên đường tròn (O) thì D chạy trên đường nào?

Bài 9. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB . Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn, kẻ tiếp tuyến Ax . Từ điểm C trên Ax ($C \neq A$) kẻ đường thẳng k tiếp xúc với nửa đường tròn (O) tại E . Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với CO và cắt tia đối của tia Ax tại F ; cắt tiếp tuyến k tại D .

- a) Chứng minh $\triangle FCD$ cân;
- b) Chứng minh BD là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) và tích $AC \cdot BD$ không đổi;
- c) Chứng minh đường tròn đi qua ba điểm C, O, D luôn tiếp xúc với một đường thẳng cố định khi C di chuyển trên Ax ($C \neq A$).

Bài 10. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và M là điểm nằm trên (O) . Tiếp tuyến tại M cắt tiếp tuyến tại A và B của (O) lần lượt ở C và D . Đường thẳng AM cắt OC tại E , đường thẳng BM cắt OD tại F .

- a) Chứng minh $\widehat{COD} = 90^\circ$;
- b) Tứ giác $MEOF$ là hình gì?
- c) Tìm vị trí của điểm M để $AC + BD$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 11. Cho đường tròn (O) đường kính AB . Lấy M thuộc (O) sao cho $MA < MB$. Vẽ dây MN vuông góc với AB tại H . Đường thẳng AN cắt BM tại C . Đường thẳng qua C vuông góc với AB tại K và cắt đường thẳng BN tại D .

- a) Chứng minh A, M, C, K cùng thuộc một đường tròn;
- b) Chứng minh BK là tia phân giác của $\angle MBN$;
- c) Chứng minh $\triangle KMC$ cân và KM là tiếp tuyến của (O) ;
- d) Tìm vị trí của M trên (O) để tứ giác $MNKC$ trở thành hình thoi.

Bài 12. Cho đường tròn $(O; R)$ và một đường thẳng d cắt (O) tại C và D . Một điểm M di động trên d và ở ngoài đường tròn (O) sao cho $MC > MD$ và ở ngoài (O) . Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới (O) . Gọi H là trung điểm của CD và giao của AB với MO , OH lần lượt là E, F . Chứng minh:

- $OE \cdot OM = R^2$;
- Bốn điểm M, E, H, F cùng thuộc một đường tròn;
- Đường thẳng AB đi qua một điểm cố định.

C. PHẦN DÀNH CHO HỌC SINH YÊU THÍCH MÔN TOÁN

Bài 1. Tìm tất cả các nghiệm nguyên của các phương trình sau:

- $4x + 7y = 23$;
- $x^2 - xy + 3x - 4y = 11$;
- $2x^2 - xy + x - y - y^2 = 5$;
- $(y + 2)x^2 + 1 = y^2$.

Bài 2. Giải các hệ phương trình: 1) $\begin{cases} 4x^2 = y + \frac{3}{y} \\ 4y^2 = x + \frac{3}{x} \end{cases}$; 2) $\begin{cases} x^3 - y^3 = 35 \\ 2x^2 + 3y^2 = 4x - 9y \end{cases}$

Bài 3. Tìm giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất (nếu có) của các biểu thức sau:

- $D = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} + 3}$;
- $E = 1 + 2\sqrt{x-5} - x$;
- $F = x\sqrt{4-x^2}$;
- $C = \frac{x - \sqrt{x} + 7}{\sqrt{x} + 1}$.

Bài 4. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của các biểu thức sau:

- $G = \sqrt{x-5} + \sqrt{9-x}$;
- $H = \frac{1}{4 - \sqrt{9-x^2}}$;
- $K = \frac{x - \sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x} + 1}$.

Bài 5. Giải các phương trình sau:

- $\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x} = 2x^2 - 5x - 3$;
- $4x^2 + 3x + 3 = 4x\sqrt{x+3} + 2\sqrt{2x-1}$;
- $\sqrt{3x-8} - \sqrt{x+1} = \frac{2x-11}{5}$;
- $x + 2y + z - 4\sqrt{x-1} - 2\sqrt{2y-1} - 6\sqrt{z+2} + 14 = 0$.

Bài 6.

- Cho các số thực dương a, b, c . Chứng minh rằng: $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$;

- Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{\sqrt{a^2 - ab + b^2}} + \frac{1}{\sqrt{b^2 - bc + c^2}} + \frac{1}{\sqrt{c^2 - ca + a^2}};$$

Bài 7. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx - 2y = 2m - 1 \\ 2x - my = 9 - 3m \end{cases}$, với m là tham số. Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho biểu thức $A = xy$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 8. Ngày xưa có một vị tể tướng nổi tiếng thông thái. Đến khi tể tướng muốn cáo quan về quê, nhà vua liền ban thưởng bằng cách đưa cho tể tướng một đoạn dây dài 400 mét và nói: "Người hãy căng sợi dây này thành một hình chữ nhật, sao cho hai đầu dây chạm vào nhau. Mảnh đất bên trong hình chữ nhật đó sẽ thuộc về người". Hỏi tể tướng sẽ căng sợi dây như thế nào để mảnh đất có diện tích lớn nhất?

Hết

Chúc các con ôn tập tốt!