

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)
Đề gồm 02 trang

Phần I: Trắc nghiệm (2 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm

Câu 1. Điều kiện để biểu thức $\sqrt[3]{x} - \sqrt{1-x}$ có nghĩa khi và chỉ khi

- A. $0 \leq x \leq 1$. B. $x \geq 0$. C. $x \leq 1$. D. $0 < x \leq 1$.

Câu 2. Điều kiện để hàm số $y = (m - 2024)x^2$ đồng biến khi $x > 0$ là

- A. $m > 2024$. B. $m \geq 2024$. C. $m \leq 2024$ D. $m < 2024$.

Câu 3. Số tiền Lan mua 2 quyển sách, 2 cái bút hết 34000 đồng; số tiền mua 10 quyển sách, 3 cái bút hết 100000 đồng. Biết mỗi quyển Sách có giá như nhau và mỗi cái Bút có giá như nhau. Khi đó giá mỗi quyển sách là

- A. 10000 đồng. B. 7000 đồng. C. 6000 đồng. D. 8000 đồng.

Câu 4. Cho phương trình $x^2 - 2x - m + 1 = 0$ có nghiệm $x = -1$. Giá trị của tham số m khi đó bằng

- A. 4. B. -4. C. 2 D. -2

Câu 5. Biết hệ phương trình $\begin{cases} ax + y = 0 \\ x - by = 1 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y) = (1; -2)$. Khi đó $a + b$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 1. D. -2.

Câu 6. Cho hai đường tròn $(O; 3\text{cm})$; $(O'; 5\text{cm})$ và $OO' = 9\text{cm}$. Số tiếp tuyến chung của hai đường tròn đó là

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 0.

Câu 7. Cho ΔABC vuông tại A, biết $AB = 3\text{cm}$ và $AC = 4\text{cm}$, độ dài bán kính của đường tròn ngoại tiếp ΔABC bằng

- A. 5cm. B. 25cm. C. 2,5cm. D. 6cm.

Câu 8. Một hình trụ có đường kính đáy bằng 4cm và chiều cao 3cm. Thể tích của hình trụ đó là

- A. $48\pi \text{ cm}^3$. B. $6\pi \text{ cm}^3$. C. $18\pi \text{ cm}^3$. D. $12\pi \text{ cm}^3$.

Phần II. Tự luận (8 điểm)

Bài 1: (1,5 điểm)

1) Tính giá trị biểu thức: $A = (\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2) - \frac{\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}}{\sqrt{3} - 2}$

2) Chứng minh đẳng thức $\left(\frac{\sqrt{x} + 2}{x - 4} + \frac{2}{x - 2\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2} = \frac{1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 4$

Bài 2: (1,5 điểm). Cho phương trình: $x^2 - 2(m - 3)x - 5 = 0$ (1) (với m là tham số)

1) Giải phương trình (1) khi $m = 1$

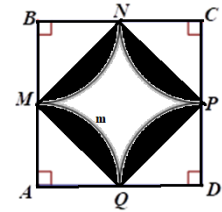
2) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ (với $x_1 > x_2$)

thỏa mãn điều kiện $\sqrt{x_1^2} - x_1 x_2 = |x_2 - 1| + 2$

Bài 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} y(x + y) + 2 = 0 \\ x^2 + xy - 4x + 6 = 0 \end{cases}$

Bài 4. (3,0 điểm)

1) Một viên gạch lát nền hình vuông ABCD có độ dài cạnh bằng 40cm được trang trí như Hình 1, trong đó M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, AD; các cung tròn (A; AM), (B; BN), (C; CP), (D; DQ). Tính tổng diện tích của các hình viên phân ở Hình 1? (phần tô đậm), (lấy $\pi \approx 3,14$).



Hình 1

2) Cho đường tròn (O), đường kính AB. Trên tiếp tuyến tại B của đường tròn (O) lấy điểm M sao cho $MB > AB$, vẽ cát tuyến MCD sao cho tia MC nằm giữa hai tia MB và MO, C nằm giữa M và D, C và D thuộc đường tròn (O); gọi H là hình chiếu của B trên MO.

a) Chứng minh: Tam giác MBC đồng dạng với tam giác MDB và $MH.MO = MC.MD$.

b) Gọi I là giao điểm của MO và AC, BI cắt đường tròn (O) tại điểm K (K khác B). Chứng minh tứ giác CHOD nội tiếp và ba điểm D, O, K thẳng hàng.

Bài 5. (1,0 điểm)

1) Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - 7x + 3} + x^3 - 6x^2 - 4x + 1 = \sqrt{7x - 2}$

2) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x + y + z \leq 78$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{xy(x+y+1)}{x+y} + \frac{yz(y+z+1)}{y+z} + \frac{zx(z+x+1)}{z+x}$$

..... **HẾT**

I. Phần trắc nghiệm (2 điểm)

Mỗi câu lựa chọn đúng đáp án được 0,25 điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	C	A	B	A	A	B	C	D

II. Phần tự luận (8 điểm)

Bài 1. (1,5 điểm)

1) Tính giá trị biểu thức: $A = (\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2) - \frac{\sqrt{7-4\sqrt{3}}}{\sqrt{3}-2}$

2) Chứng minh đẳng thức $\left(\frac{\sqrt{x}+2}{x-4} + \frac{2}{x-2\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} = \frac{1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 4$

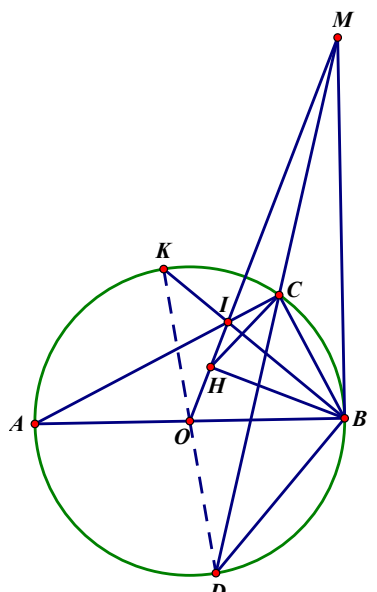
Bài 1 (1,5đ)	1) (0,5đ)	Ta có $A = (\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2) - \frac{\sqrt{7-4\sqrt{3}}}{\sqrt{3}-2} = 5 - 4 - \frac{\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}}{\sqrt{3}-2}$	0,25
		$= 1 - \frac{ 2-\sqrt{3} }{\sqrt{3}-2} = 1 - \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2}$ $= 1 + 1 = 2$ Vậy $A = 2$	0,25
	2) (1,0đ)	Với $x > 0, x \neq 4$ ta có: $VT = \left(\frac{\sqrt{x}+2}{x-4} + \frac{2}{x-2\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ $= \left(\frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \right) : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$	0,25
		$= \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \right) : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$	0,25
		$= \frac{1}{\sqrt{x}} = VP$ KL...	0,25

Bài 2 (1,5đ)	1) (0,5đ)	Cho phương trình: $x^2 - 2(m-3)x - 5 = 0$ (1) (với m là tham số) 1) Giải phương trình khi $m = 1$ 2) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ (với $x_1 > x_2$) thỏa mãn điều kiện $\sqrt{x_1^2} - x_1 x_2 = x_2 - 1 + 2$
-------------------------	--------------	--

		Khi $m = 1$ phương trình (1) trở thành $x^2 - 2(1-3)x - 5 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + 4x - 5 = 0$	0,25 đ
		Giải phương trình tìm được $x_1 = 1; x_2 = -5$ Vậy khi $m = 1$ phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = 1; x_2 = -5$	0,25 đ
	2) (1,0đ)	Ta có $a.c = 1.(-5) = -5 < 0 \forall m$ $\Rightarrow$ phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m	0,25 đ
		Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 6 \\ x_1.x_2 = -5 \end{cases}$ Do $a.c = -5 < 0 \forall m$ Nên với mọi m phương trình luôn có hai nghiệm trái dấu, mà $x_1 > x_2$ $\Rightarrow \begin{cases} x_1 > 0 \\ x_2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 > 0 \\ x_2 - 1 < 0 \end{cases}$	0,25 đ
		Khi đó có: $\sqrt{x_1^2} - x_1 x_2 = x_2 - 1 + 2$ $\Leftrightarrow x_1 - x_1 x_2 = x_2 - 1 + 2$ $\Leftrightarrow x_1 - x_1 x_2 = 1 - x_2 + 2$	0,25 đ
		$\Leftrightarrow x_1 + x_2 - x_1 x_2 = 3$ $\Leftrightarrow 2m - 6 + 5 = 3$ $\Leftrightarrow 2m - 1 = 3$ $\Leftrightarrow 2m = 4$ $\Leftrightarrow m = 2$ KL,....	0,25 đ

Bài 3 (1,0 đ)	Bài 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} y(x+y)+2=0 \\ x^2+xy-4x+6=0 \end{cases}$		
	Có $\begin{cases} y(x+y)+2=0 \\ x^2+xy-4x+6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy+y^2+2=0(1) \\ x^2+xy-4x+6=0(2) \end{cases}$		0,25 đ
	Có (1) $\Leftrightarrow xy = -y^2 - 2$, thay vào (2) có $x^2 + (-y^2 - 2) - 4x + 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 - y^2 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 - y^2 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 - y^2 = 0 \Leftrightarrow (x-2-y)(x-2+y) = 0$		0,25 đ
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2-y=0 \\ x-2+y=0 \end{cases}$		0,25 đ
	Giải hệ $\begin{cases} x-2-y=0 \\ xy=-2-y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2+y \\ y^2+y+1=0 \end{cases}$ Lập luận hệ vô nghiệm.		0,25 đ
	Giải hệ $\begin{cases} x-2+y=0 \\ xy=-2-y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2-y \\ xy=-2-y^2 \end{cases}$		0,25 đ

	Giải được $x=3, y=-1$ Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y) = (3; -1)$	
--	---	--

Bài 4 (3,0 đ)	1 (1đ)	1) Một viên gạch lát nền hình vuông ABCD có độ dài cạnh bằng 40cm được trang trí như Hình 1, trong đó M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, AD; các cung tròn (A; AM), (B; BN), (C; CP), (D; DQ). Tính tổng diện tích của các hình viên phân ở Hình 1? (phần tô đậm), (lấy $\pi \approx 3,14$).	
		Vì M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, AD nên $AM = MB = BN = NC = CP = PD = DQ = QA = 20\text{cm}$	0,25 đ
		Diện tích hình quạt tròn AMQ là $S_1 = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{\pi \cdot 20^2 \cdot 90}{360} = 100\pi(\text{cm}^2)$	0,25 đ
		Diện tích tam giác vuông AMQ là $S_2 = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot AQ = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 20 = 200(\text{cm}^2)$	0,25 đ
		Diện tích hình viên phân MmQ là $S_3 = S_1 - S_2 = 100\pi - 200(\text{cm}^2)$	0,25 đ
		Do các cung tròn đều bằng nhau nên tổng diện tích phần tô đậm là $S = 4 \cdot S_3 = 4 \cdot (100\pi - 200) \approx 456(\text{cm}^2)$	0,25 đ
	2 (2đ)	2) Cho đường tròn (O), đường kính AB. Trên tiếp tuyến tại B của đường tròn (O) lấy điểm M sao cho $MB > AB$, vẽ cát tuyến MCD sao cho tia MC nằm giữa hai tia MB và MO, C nằm giữa M và D, C và D thuộc đường tròn (O); gọi H là hình chiếu của B trên MO.	
		a) Chứng minh: Tam giác MBC đồng dạng với tam giác MDB và $MH \cdot MO = MC \cdot MD$.	
		b) Gọi I là giao điểm của MO và AC, BI cắt đường tròn (O) tại điểm K (K khác B). Chứng minh tứ giác CHOD nội tiếp và ba điểm D, O, K thẳng hàng.	
			
		a) Chứng minh(Cm) được $\widehat{MBC} = \widehat{MDB}$	0,25 đ
		Cm được tam giác MBC đồng dạng với tam giác MDB(g.g) (đpcm).	0,25 đ
		Cm được $MH \cdot MO = MB^2$ (1)	0,25 đ
		Cm được $MC \cdot MD = MB^2$ (2). Từ (1), (2) suy ra $MH \cdot MO = MC \cdot MD$. (đpcm).	0,25 đ
		b) Theo câu a có $MH \cdot MO = MC \cdot MD$. Từ đó Cm được tam giác MHC đồng dạng với tam giác MDO (c.g.c)	0,25 đ
		$\Rightarrow \widehat{MHC} = \widehat{MDO}$ (3). Từ đó Cm được tứ giác CHOD nội tiếp. (đpcm).	0,25 đ
		Cm được tứ giác IHBC nội tiếp để suy ra $\widehat{CBI} = \widehat{IHC}$ hay $\widehat{CBK} = \widehat{MHC}$ (4)	0,25 đ

		Từ (3), (4) suy ra $\widehat{MDO} = \widehat{CBK}$ (5)	
		Cm được $\widehat{CBK} = \widehat{CDK}$ kết hợp với (5) suy ra $\widehat{MDO} = \widehat{CDK}$ hay $\widehat{CDO} = \widehat{CDK}$. Do đó 2 tia DO và DK trùng nhau, suy ra ba điểm D, O, K thẳng hàng (đpcm).	0,25 đ

Bài 5 (1,0đ)	1) (0,5 đ)	1) Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - 7x + 3} + x^3 - 6x^2 - 4x + 1 = \sqrt{7x - 2}$	
		ĐK: $\frac{2}{7} \leq x \leq \frac{7 - \sqrt{37}}{2}$ hoặc $x \geq \frac{7 + \sqrt{37}}{2}$ $(\sqrt{x^2 - 7x + 3} - 1) + (x - \sqrt{7x - 2}) + x^3 - 6x^2 - 5x + 2 = 0$ $\Leftrightarrow \frac{x^2 - 7x + 2}{\sqrt{x^2 - 7x + 3} + 1} + \frac{x^2 - 7x + 2}{x + \sqrt{7x - 2}} + (x^2 - 7x + 2)(x + 1) = 0$ $\Leftrightarrow (x^2 - 7x + 2) \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 - 7x + 3} + 1} + \frac{1}{x + \sqrt{7x - 2}} + x + 1 \right) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 7x + 2 = 0 (2) \\ \frac{1}{\sqrt{x^2 - 7x + 3} + 1} + \frac{1}{x + \sqrt{7x - 2}} + x + 1 = 0 (3) \end{cases}$	0,25 đ
		Giải phương trình (2): $x^2 - 7x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7 + \sqrt{41}}{2} \\ x = \frac{7 - \sqrt{41}}{2} \end{cases}$ Khẳng định phương trình (3) vô nghiệm Kết hợp với điều kiện kết luận nghiệm của phương trình là $x = \frac{7 + \sqrt{41}}{2}; x = \frac{7 - \sqrt{41}}{2}$	0,25 đ
		2) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x + y + z \leq 78$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:	
	2) (0,5 đ)	$P = \frac{xy(x + y + 1)}{x + y} + \frac{yz(y + z + 1)}{y + z} + \frac{zx(z + x + 1)}{z + x}$ $P = xy + \frac{xy}{x + y} + yz + \frac{yz}{y + z} + zx + \frac{zx}{z + x}$ Áp dụng bất đẳng thức cô-si. Ta có $x + y \geq 2\sqrt{xy} \Rightarrow \frac{xy}{x + y} \leq \frac{x + y}{4}$ Chứng minh tương tự: $\frac{yz}{y + z} \leq \frac{y + z}{4}; \frac{zx}{z + x} \leq \frac{z + x}{4}$ $\Rightarrow \frac{xy}{x + y} + \frac{yz}{y + z} + \frac{zx}{z + x} \leq \frac{x + y + z}{2}$	0,25 đ

		Chứng minh được $3(xy + yz + zx) \leq (x + y + z)^2$ $\Rightarrow xy + yz + zx \leq \frac{1}{3}(x + y + z)^2$ $\Rightarrow P \leq \frac{x + y + z}{2} + \frac{1}{3}(x + y + z)^2 \leq \frac{78}{2} + \frac{1}{3}.78^2 = 2067$ Khẳng định giá trị lớn nhất của P là 2067 khi $x = y = z = 26$	0,25 đ
--	--	--	--------